2. UE-Test für "Algebra und diskrete Mathematik für Informatik und WI"
(Gruppe A)
13. Dezember 2021

Vorname: _____

Familienname: _____ Matrikelnummer: _____

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen.
Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe 1: Bestimmen Sie alle reellen Folgen $(y_n)_{n\geq 0}$ mit $y_0 = 3$ und $y_1 = 8$, die für alle natürlichen Zahlen $n \geq 0$ die Differenzengleichung

$$y_{n+2} - 5y_{n+1} + 6y_n = 0$$

erfüllen.

(7 Punkte)

Aufgabe 2: Sei $f : [0, 3] \to [-5, 0]$ eine Funktion, die wie folgt definiert wird:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

Ist die Funktion surjektiv? injektiv? Geben Sie ein Beispiel für die Mengen D und B an, sodass $f : D \to B$ bijektiv ist (für die oben definierte Funktion f).

(8 Punkte)

Aufgabe 3: Gegeben ist ein ungerichteter Graph

$$(\{a, b, c, d, e, f\}, \{(a, b), (a, c), (b, d), (b, e), (c, d), (c, f), (d, f), (e, f)\})$$

und eine Gewichtsfunktion w mit $w(ab) = 4, w(ac) = 2, w(bd) = 1, w(be) = 3, w(cd) = 4, w(cf) = 5, w(df) = 2, w(ef) = 3$. Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen minimalen spannenden Baum.

(5 Punkte)

2. UE-Test für "Algebra und diskrete Mathematik für Informatik und WI" (Gruppe B)

13. Dezember 2021

Vorname: _____

Familienname: _____ Matrikelnummer: _____

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen.
Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe 1: Bestimmen Sie alle reellen Folgen $(y_n)_{n\geq 0}$ mit $y_0 = 4$ und $y_1 = 13$, die für alle natürlichen Zahlen $n \geq 0$ die Differenzengleichung

$$y_{n+2} - 5y_{n+1} + 4y_n = 0$$

erfüllen.

(7 Punkte)

Aufgabe 2: Sei $R = \{(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(3,3)\}$ eine Relation auf $\{0,1,2,3\}$.

Welche der Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität hat R?

(8 Punkte)

Aufgabe 3: Gegeben ist ein ungerichteter Graph

$$(\{a,b,c,d,e,f\},\{(a,b),(a,d),(b,c),(b,e),(d,e),(d,c),(c,f),(e,f)\})$$

und eine Gewichtsfunktion w mit $w(ab) = 1, w(ad) = 5, w(bc) = 1, w(be) = 8, w(de) = 3, w(dc) = 2, w(cf) = 7, w(ef) = 1$. Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg von a nach f.

(5 Punkte)

2. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe C

TU Wien, Zoom, 13.12.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (6 Punkte) Sei $m\ R\ n \iff |m| \leq |n|$, $m, n \in \mathbb{Z}$. Welche der Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie, Transitivität hat die Relation R auf $\mathbb{Z}$. Handelt es sich um eine Halbordnung? Handelt es sich um eine Äquivalenzrelation?

2) (7 Punkte) Sie haben einen roten, einen blauen und einen grünen Würfel die jeweils mit 1 bis 6 beschriftet sind. Wie viele Möglichkeiten gibt es diese Würfel so zu werfen dass genau zwei davon die selbe Augenzahl zeigen?

3) (7 Punkte) Geben Sie die allgemeine Lösung der folgenden linearen homogenen Differenzengleichung mit konstanten Koeffizienten an:

$$x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 0$$

2. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe D

TU Wien, Zoom, 13.12.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (6 Punkte) Sei $m\ R\ n \iff |m| \leq |n|$, $m, n \in \mathbb{Z}$. Welche der Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie, Transitivität hat die Relation R auf $\mathbb{Z}$. Handelt es sich um eine Halbordnung? Handelt es sich um eine Äquivalenzrelation?

2) (7 Punkte) Sie haben einen roten, einen blauen und einen grünen Würfel die jeweils mit 1 bis 6 beschriftet sind. Wie viele Möglichkeiten gibt es diese Würfel so zu werfen dass genau zwei davon die selbe Augenzahl zeigen?

3) (7 Punkte) Geben Sie die allgemeine Lösung der folgenden linearen homogenen Differenzengleichung mit konstanten Koeffizienten an:

$$x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 0$$

2. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe E

TU Wien, Zoom, 13.12.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (7 Punkte) Sei $f : A \to B$ und sei $x \; R \; y \iff f(x) = f(y)$. Zeigen Sie dass R eine Äquivalenzrelation auf A ist. Geben Sie für den Fall einer injektiven Funktion f die von R auf A definierte Partition an.

2) (7 Punkte) Wie viele verschiedene Zeichenfolgen der Länge 19 gibt es, in denen 7 mal der Buchstabe `a` vorkommt, 5 mal `b`, 4 mal `c`, 2 mal `d` sowie 1 mal `e`?

3) (6 Punkte) Geben Sie einen schlichten ungerichteten zusammenhängenden Graphen mit Kantengewichten an der zwei verschiedene minimale spannende Bäume besitzt.

2. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe F

TU Wien, Zoom, 13.12.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (7 Punkte) Sei $f : A \to B$ und sei $x \; R \; y \iff f(x) = f(y)$. Zeigen Sie dass R eine Äquivalenzrelation auf A ist. Geben Sie für den Fall einer injektiven Funktion f die von R auf A definierte Partition an.

2) (7 Punkte) Wie viele verschiedene Zeichenfolgen der Länge 19 gibt es, in denen 7 mal der Buchstabe `a` vorkommt, 5 mal `b`, 4 mal `c`, 2 mal `d` sowie 1 mal `e`?

3) (6 Punkte) Geben Sie einen schlichten ungerichteten zusammenhängenden Graphen mit Kantengewichten an der zwei verschiedene minimale spannende Bäume besitzt.