1. Sei $(R, +, \cdot)$ ein kommutativer Ring.
   (a) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in R$ gilt: $a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$.
   (b) (4 Punkte) Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in R$ gilt: $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$.

2. Geben Sie einen Vektorraum V, sowie Untervektorräume $U, W, S \subseteq V$ an, sodass gilt
   (a) (3 Punkte) $U \cup W$ ist ein Untervektorraum von V und
   (b) (3 Punkte) $U \cup S$ ist *kein* Untervektorraum von V.

3. Wir betrachten die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 \\ -2x_1 + 3x_2 \end{pmatrix}.$$

   (a) (3 Punkte) Bestimmen Sie eine Basis von $f(\mathbb{R}^2)$
   (b) (3 Punkte) Bestimmen Sie eine Basis von $\ker(f)$.
   (c) (1 Punkt) Verifizieren Sie die Rangformel für f, indem Sie $\mathrm{rg} f$ und $\dim(\ker(f))$ bestimmen.