

# Runde 5, Beispiel 30

LVA 118.181, Übungsrunde 5, 17.11.

Markus Nemetz, [markus.nemetz@tuwien.ac.at](mailto:markus.nemetz@tuwien.ac.at), TU Wien, 22.11.2006

## 1 Angabe

Man zeige, dass die Riccati-Dgl

$$y' + P(x)y + Q(x)y^2 = R(x), \quad Q(x) \neq 0$$

durch die Substitution

$$y(x) = \frac{u'(x)}{Q(x)u(x)}$$

in eine lineare Dgl. zweiter Ordnung für  $u(x)$  übergeführt wird.

## 2 Lösung des Beispiels

$$\begin{aligned} y(x) &= \frac{Q'(x)}{Q(x)u(x)} \\ y'(x) &= \frac{u''Qu - u'(Qu)'}{(qu)^2} \\ y'(x) &= \frac{u''Qu - u'Q'u - U'^2Q}{Q^2u^2} \\ \frac{u''Qu - u'Q'u - U'^2Q}{Q^2u^2} + P \frac{u'}{Qu} + Q \frac{u'^2}{Q^2u^2} &= R \\ \frac{u''Qu - u'Q'u + Pu'Qu}{Q^2u^2} &= R \\ \frac{u''}{Qu} - \frac{u'}{Qu} \cdot \frac{Q'}{Q} + \frac{Pu'}{Qu} &= R \\ u'' - u' \cdot \frac{Q'}{Q} + u' &= RQu \\ \mathbf{u'' + u(P - \frac{Q'}{Q}) - RQu = 0} \end{aligned}$$