1. Übungstest aus Algebra und Diskrete Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik

Gruppe D – B

3. November 2014

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen.

Punkte

Beispiel 1:	8 /**8**
Beispiel 2:	5 /**6**
Beispiel 3a:	1 /**1**
Beispiel 3b:	0 /**3**
Beispiel 3c:	2 /**2**
SUMME:	16 /**20**

Arbeitszeit: 45 Minuten

1) Man rechnet leicht nach, dass die folgenden Gleichungen stimmen:

$$
\begin{aligned}
1 \cdot 3^1 &= \frac{3^2(2 \cdot 1 - 1) + 3}{4} \\
1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 &= \frac{3^3(2 \cdot 2 - 1) + 3}{4} \\
1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 &= \frac{3^4(2 \cdot 3 - 1) + 3}{4} \\
1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^4 &= \frac{3^5(2 \cdot 4 - 1) + 3}{4} \\
1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^4 + 5 \cdot 3^5 &= \frac{3^6(2 \cdot 5 - 1) + 3}{4} \\
1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^4 + 5 \cdot 3^5 + 6 \cdot 3^6 &= \frac{3^7(2 \cdot 6 - 1) + 3}{4}
\end{aligned}
$$

Stellen Sie eine dazu passende Vermutung auf und beweisen Sie diese mit vollständiger Induktion. Alle Schritte des Induktionsbeweises sind genau anzugeben! Insbesondere muss an jeder Stelle des Beweises klar erkennbar sein, was die Annahmen und was die Folgerungen aus diesen Annahmen sind.

(8 Punkte)

2) Bestimmen Sie alle Lösungen der Kongruenz

$$28x \equiv 20 \pmod{48}$$

oder beweisen Sie ihre Unlösbarkeit.

(6 Punkte)

3) Seien $z = [r, \phi]$ und $w = [s, \psi]$ zwei komplexe Zahlen in Polarkoordinatendarstellung.

a) Wie lautet die Darstellung von z in kartesischen Koordinaten?

(1 Punkt)

b) Wie lauten die Polarkoordinatendarstellungen von z^2, $|zw|$ und $\bar{z}$?

(3 Punkte)

c) Wie viele Lösungen hat die Gleichung $x^4 = z$? Beschreiben Sie die Lage dieser Lösungen in der Gaußschen Zahlenebene.

(2 Punkte)