

Runde 9, Beispiel 60

LVA 118.181, Übungsrunde 9, 12.01.2007

Markus Nemetz, markus.nemetz@tuwien.ac.at, TU Wien, 13.01.2007

1 Angabe

Man zeige unter Verwendung von Bsp. 59, dass zwischen den Funktionswerten $y_j, j = 0, \dots, N-1$ und den Spektralkoeffizienten $c_k, k = 0, \dots, N-1$ folgende Beziehung gilt, die sogenannte Parsevalsche-Gleichung:

$$\sum_{k=0}^{N-1} |c_k|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |y_k|^2$$

2 Lösung des Beispiels

y_k ist komplex und der Betrag liefert die Länge des Vektors $a + b \cdot i$ mit $\sqrt{a^2 + b^2}$. $a - b \cdot i$ ist die konjugiert Komplexe von $a + b \cdot i$.

$$\frac{1}{N} \cdot \sum |y_k|^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum y_k \cdot \overline{y_k}^T$$

Einsetzen von $y = F_n \cdot c$:

$$\frac{1}{N} \cdot (F_n \cdot c) \cdot (\overline{F_n \cdot c})^T = \frac{1}{N} \cdot c \cdot \underbrace{F_n \cdot \overline{F_n}^T}_{N \cdot E_n} \cdot \overline{c}^T = c \cdot \overline{c}^T = |c|^2$$