1. (7 Punkte) Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix. Der Lösungsweg muss hierbei klar erkennbar sein und wird mitbewertet. Die einfache Nennung einer Zahl ohne sinnvollen Rechenweg führt zu keinen Punkten. Es ist hierbei jede Methode erlaubt, solange die Methode der Laplace-Entwicklungssatz ist:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. (a) (2 Punkte) Beweisen oder widerlegen Sie, dass $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ einen Körper bildet.

   (b) (1 Punkt) Welche Eigenschaft muss eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ haben, sodass $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ein Körper ist. Begründen Sie Ihre Behauptung.

   (c) (4 Punkte) Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $R := \{(1, 2), (2, 1), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ eine Relation. Handelt es sich hierbei um eine Äquivalenzrelation? Beweisen Sie ihre Behauptung. Geben Sie die Faktormenge $A/R$ an. Hinweis: Die Faktormenge ist die Menge der Äquivalenzklassen der Elemente von $A$.

3. (6 Punkte) Kreuzen Sie den richigen Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen an. Eine richtige Antwort führt zu zwei Punkten, eine falsche zu keinem Punkt. Ein Ankreuzen von "42/keine Angabe" führt zu einem Punkt.

| Aussage | gültig | nicht gültig | 42/keine Angabe |
|---|---|---|---|
| Wenn die Determinanten von zwei Matrizen gleich sind, so sind die Matrizen gleich. | ○ | ○ | ○ |
| Sind die darstellenden Matrizen zweier linearer Funktionen (auf dem gleichen Raum) gleich, so sind die Funktionen gleich. | ○ | ○ | ○ |
| Die Determinante aus Aufgabe 1 ist 42. | ○ | ○ | ○ |