

Name	
Matrikelnr.	

1 Aufgabe (12 Punkte)

Gegeben sei die Raumkurve $\subset \mathbb{R}^3$:

$$\mathbf{x}: t \mapsto \mathbf{x}(t) = \frac{1}{2}(\sin t, \cos t, t), \quad t \in I = [0, 2\pi],$$

- (a) Begründen Sie, ob die Parametrisierung regulär ist? [2P]
- (b) Berechnen Sie den Tangentialvektor $\mathbf{t}(t)$ der Kurve. [3P]
- (c) Berechnen Sie die Krümmung $\kappa(t)$ der Kurve. [3P]
- (d) Welches Integral müssten Sie lösen um die Länge der Kurve zu bestimmen? [2P]
- (e) Ermitteln Sie Länge s der Kurve. [2P]

2 Aufgabe (8 Punkte)

Gegeben sei ein Zylinder:

$$\mathbf{x}(u, v) = (\cos u, \sin u, v), \quad 0 \leq v \leq h, \quad 0 \leq u \leq 2\pi$$

- (a) Bestimmen Sie die erste Fundamentalform von $\mathbf{x}(u, v)$. [4P]
- (b) Ermitteln Sie die Länge von der Flächenkurve

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{x}(t, t), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

auf dem Zylinder. [4P]

3 Aufgabe (10 Punkte)

Gegeben sei eine planare Kurve:

$$\mathbf{c}: t \mapsto \mathbf{c}(t) = \left(\frac{1}{2}t^2, t\right)$$

- (a) Bestimmen Sie die Tangente $\mathbf{t}(t)$, die Normale $\mathbf{n}(t)$ und die Krümmung $\kappa(t)$ der Kurve. [6P]
- (b) Bestimmen Sie die Evolute $\mathbf{e}(t)$ der Kurve. [4P]