## Theoretische Informatik und Logik Übungsblatt 4 (SS 2014)

**Aufgabe 4.1** Formalisieren Sie mit jeweils einer PL-Formel. In c) und d) ist außerdem zunächst eine geeignete Signatur zu wählen und die Kategorie, sowie die intendierte Bedeutung aller Symbole vollständig anzugeben.

- a) Die Relation R ist symmetrisch. Außerdem gibt es zu je zwei verschiedenen Elementen, die zueinander in Relation R stehen, ein weiteres, von beiden verschiedenes Element, das mit diesen beiden in Relation R steht.
- b) (Bezogen auf Folie 405:)  $\{x_1, x_2\} \rightarrow \{x_4, x_5, x_6\}$  in  $R(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$
- c) Mari ist eine Studentin, die an keinem Test teilnimmt, an dem nicht mindestens zwei weitere Studentinnen teilnehmen.
- d) Die Mütter aller Freunde Adams sind Freunde von Eva, aber Eva kennt nicht alle Väter von Adams Freunden.

**Aufgabe 4.2** Geben Sie jeweils einen Tableau-Beweis oder ein Gegenbeispiel für folgende Gültigkeitsbzw. Konsequenzbehauptungen an.

- a)  $\models \forall x [\exists y P(x, y) \supset \forall y P(x, y)]$
- b)  $\models \forall x \exists y [P(x,y) \supset \forall y P(x,y)]$
- c)  $\forall x \exists y f(x) = g(y), \forall x g(x) = a, P(f(f(a))) \models P(a)$
- d)  $\forall x g(x) = b, \forall x (Q(x) \supset P(g(a))) \models \exists x Q(x) \supset \forall x P(g(x))$

Hinweis: Achten Sie darauf, dass alle bewerteten Formeln eine eindeutige Nummer tragen und dass alle Regelanwendungen über diese Nummern auf ihre jeweiligen Prämissen verweisen. Außerdem sollten alle  $\gamma$ - und δ-Formeln in einem PL-Tableau jeweils auch als solche markiert werden.

**Aufgabe 4.3** Erklären Sie die Probleme mit folgenden Varianten der  $\gamma$ - bzw.  $\delta$ -Regel für Tableaux.

- a) Geben Sie eine Formel F an, die zeigt, dass der Tableau-Kalkül unvollständig wird, wenn man für die  $\gamma$ -Regel nicht berücksichtigt, dass die Signatur der Formel um neue Parameter anzureichern ist.
- b) Geben Sie eine Formel G an, die zeigt, dass der Tableau-Kalkül *inkorrekt* wird, wenn man für die  $\delta$ -Regel nicht berücksichtigt, dass der einzusetzende Parameter neu sein muss.

## Aufgabe 4.4

- a) Ergänzen Sie den fehlenden Fall im Beweis auf Folie 477. (PL-Repräsentation eines TM-Befehls, bei dem sich der Lese-/Schreib-Kopf nach links bewegt.) Hinweis: Sie sollen dabei die Lösung von Aufgabe (b) noch nicht voraussetzen. Entsprechend werden insgesamt 4 Formeln benötigt.
- b) Welche Formel ist zu ergänzen um zu gewährleisten, dass verschiedene PL-Repräsentationen des selben Bandinhalts einander gleich gesetzt werden? (Siehe Folie 468.)

## Aufgabe 4.5

Beweisen Sie folgende partiellen Korrektheitsaussagen über dem Datentyp  $\mathbb{Z}$  mit dem Hoare-Kalkül. (Vergessen Sie nicht auf die Begründung der Gültigkeit der verbleibenden Formeln in  $\mathbb{Z}$ .)

- a) y > 0 {if x > y then  $z \leftarrow x$  else begin  $z \leftarrow y$ ;  $y \leftarrow y 1$  end} z > y
- b)  $(x=13 \land y=21) \{ while \ x < y \ do \ begin \ x \leftarrow x-2; y \leftarrow y-5 \ end \} \ x < 9 \}$