3. ADM Übungstest

16. Jänner 2023

1 Angabe Gruppe C1

1.1 Aufgabe 1

Gegeben ist die Menge $M = \{a, b\}$ und die Operationen $+$ und $\cdot$ mit den folgenden Eigenschaften:

$a + a = b + b = b$, $a + b = b + a = a$

$a \cdot a = a \cdot b = b \cdot a = a$, $b \cdot b = b$.

Überprüfen Sie, ob $(M, +, \cdot)$ ein Ring oder sogar ein Körper ist.

1.2 Aufgabe 2

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass alle Polynome mit reellen Koeffizienten über die reellen Zahlen einen Vektorraum $(\mathbb{R}[x], +, \mathbb{R})$ bilden.

Berechnen Sie den kleinsten Unterraum U, in dem die Polynome $1+x$ und $1+x^2$ liegen.

Überprüfen Sie außerdem, ob das Polynom $1 + x + x^2$ in U liegt.

1.3 Aufgabe 3

Gegeben ist eine lineare Abbildung f mit der folgenden Abbildungsmatrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie eine Basis von $\ker(f)$.

2 Angabe Gruppe C2

2.1 Aufgabe 1

Gegeben ist die Menge $M = \{a, b\}$ und die Operationen $+$ und $\cdot$ mit den folgenden Eigenschaften:

$a + a = b + b = b$, $a + b = b + a = a$

$a \cdot a = a \cdot b = b \cdot a = a$, $b \cdot b = b$.

Überprüfen Sie, ob $(M, +, \cdot)$ ein Ring oder sogar ein Körper ist.

2.2 Aufgabe 2

Gegeben ist eine lineare Abbildung f mit der folgenden Abbildungsmatrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie eine Basis von $\ker(f)$.

2.3 Aufgabe 3

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass alle Polynome mit reellen Koeffizienten über die reellen Zahlen einen Vektorraum $(\mathbb{R}[x], +, \mathbb{R})$ bilden.

Berechnen Sie den kleinsten Unterraum U, in dem die Polynome $1+x$ und $1+x^2$ liegen.

Überprüfen Sie außerdem, ob das Polynom $1 + x + x^2$ in U liegt.