Annahme: Z soll die Volleinheitskugel mit Rand sein. Dann ist nach Einführen von Kugelkoordinaten:

$$Z = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | \sqrt{x^2+y^2+z^2} \leqslant 1\} = \{(r,\phi,\theta) \in \mathbb{R}_+ \times [0,2\pi) \times [0,\pi) | r \leqslant 1\}$$

Somit lässt sich das Problem projizieren (nach Transformationssatz):

$$\begin{aligned}
\iiint\limits_Z x\,dx\,dy\,dz &= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{1} r \sin\theta \cos\phi \,dr\,d\phi\,d\theta \\
&= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \left[\frac{1}{2} r^2 \sin\theta \cos\phi\right]_{r=0}^{1} d\phi\,d\theta \\
&= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} \sin\theta \cos\phi \,d\phi\,d\theta \\
&= \int_{\theta=0}^{\pi} \left[\frac{1}{2} \sin\theta \sin\phi\right]_{\phi=0}^{2\pi} d\theta \\
&= \int_{\theta=0}^{\pi} 0 \,d\theta = 0
\end{aligned}$$