

Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik

Blatt 9

43. Wird der Wechselstrom $i(t) = i_0 \sin(t)$ gleichgerichtet, so ergibt sich ein pulsierender Gleichstrom der Form

$$(a) i_1(t) = \begin{cases} i_0 \sin t & 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \pi < t < 2\pi \end{cases} \text{ beim Einweggleichrichter bzw.}$$

$$(b) i_2(t) = |i_0 \sin t|, 0 \leq t < 2\pi \text{ beim Doppelgleichrichter.}$$

Man ermittle den Gleichrichtwert des Wechselstromgleichrichters, d. i. der Mittelwert der Stromstärke $i_1(t)$ bzw. $i_2(t)$ auf dem Intervall $[0, 2\pi]$ (Skizze).

44. Man berechne die folgenden uneigentlichen Integrale:

$$(a) \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \quad (b) \int_0^{\infty} x e^{-x} dx$$

45. Man berechne $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx$.

(Anleitung: Zum Integrieren wähle man die Substitution $u = \sqrt{x-1}$. Ferner beachte man, dass das angegebene Integral sowohl bei $x = 1$ als auch bei $x = \infty$ uneigentlich ist.)

46. Mit Hilfe des Integralkriteriums zeige man, dass die so genannte hyperharmonische Reihe $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^\alpha}$ für $\alpha > 1$ konvergent, für $\alpha \leq 1$ hingegen divergent ist.

47. Man stelle den Definitionsbereich und Wertebereich folgender Funktionen fest und beschreibe die Höhenlinien:

$$(a) z = f(x, y) = x^2 - y^2 \quad (b) z = g(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{16}}$$

48. Eine Funktion $f(x_1, \dots, x_n)$ heißt homogen vom Grad r , falls für jedes feste $\lambda > 0$ und alle (x_1, \dots, x_n) aus einem geeigneten Definitionsbereich gilt

$$f(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) = \lambda^r f(x_1, \dots, x_n).$$

Man prüfe nach, ob die Funktionen

$$(a) f(x, y, z) = x + \sqrt{yz}, \quad x, y, z \geq 0$$

$$(b) V(r_1, r_2, h) = \frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2), \quad r_1, r_2, h \geq 0$$

(c) $O(r_1, r_2, h) = \pi \left(r_1^2 + r_2^2 + (r_1 + r_2) \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} \right), \quad r_1, r_2, h \geq 0$

(d) $P(A, K) = cA^\alpha K^\beta, \quad A, K \geq 0, \alpha, \beta, c > 0$

homogen sind und gebe ggf. den Homogenitätsgrad r an.