39. Man löse die homogene lineare Differentialgleichung $y'-y\cdot\tan x=0$.

eine lineare homogene Differentialgleichung 1. Ordnung sieht so aus: $y'+a(x)\cdot y=0$
also haben wir: $y'-y\cdot\underbrace{\tan x}_{a(x)}=0$

Lösung durch „Trennung der Variablen“:

$y'-y\cdot\tan x=0 \Rightarrow \frac{y'}{y}=+\tan x \;\Big|\int dx$ (Anmerkung: $\int\tan x\,dx=\int\frac{\sin x}{\cos x}dx=-\ln|\cos x|+c$)

$\ln|y|=-\ln|\cos x|+c$

da jedoch später entlogarithmiert wird, nehmen wir statt der Konstanten c einfach ln c, also (siehe Skriptum S 37, unten): $\ln|y|=-\ln|\cos x|+c \Rightarrow \ln|y|=-\ln|\cos x|+\ln c$
nun sollten wir uns noch einer Logarithmus-Regel entsinnen die lautet:
$\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$, ja und diese Regel können wir hier anwenden:

$$\ln|y|=-\ln|\cos x|+\ln c=\underbrace{\ln c}_{\ln a}-\underbrace{\ln|\cos x|}_{\ln b}=\ln\frac{c}{|\cos x|} \Rightarrow \ln|y|=\ln\frac{c}{|\cos x|}$$

zum Schluss noch entlogarithmieren:

$$\ln|y|=\ln\frac{c}{|\cos x|} \Rightarrow y=\frac{c}{|\cos x|}$$

jetzt könnte man den Betrag auch noch wegnehmen, indem man sagt, dass man das Vorzeichen in c mit hinein nimmt:

$$y=\frac{c}{\cos x}$$