Analysis für Informatik & Wirtschaftsinformatik
(WS 2021/22 - Pinsker)
Prüfung am 11.3.2022

Name: Matrikelnummer:

Nickname:

Prüfungsbogen:

Ihre Antworten - bitte 1 (=WAHR), 0 (=FALSCH), oder 2 (=WEISS NICHT) eintragen!

Aufgabe	Antwort A	Antwort B	Antwort C
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

- Bitte wählen Sie einen beliebigen Nickname - die Ergebnisse werden als für alle einsehbare Liste unter den Nicknamen veröffentlicht.
- Es sind 15 Aufgaben zu lösen, und jede Aufgabe besteht aus drei Teilfragen (A,B,C), welche jeweils mit 1 (=WAHR), 0 (=FALSCH), oder 2 (=WEISS NICHT) zu beantworten sind.
- **WICHTIG:** 1 (=WAHR) bedeutet, daß die jeweilige Behauptung für ALLE $X, f, K, \ldots$ aus der gegebenen Annahme folgt. Das heißt, daß die Behauptung notwendig ist (und nicht nur möglich).
- Sie bekommen für eine Aufgabe 4 Punkte, wenn Sie **ALLE** drei Teilfragen der Aufgabe richtig beantworten.
- Wenn Sie mindestens eine Teilfrage einer Aufgabe falsch beantworten, so bekommen Sie 0 Punkte.
- In allen anderen Fällen (also Aufgabe entweder gar nicht oder korrekt, aber unvollständig gelöst) bekommen Sie 1 Punkt.

Frage 1: Gegeben sei die Folge $a_n = (-1)^n \frac{(2x)^{2n+1}}{(2n+1)!}$, wobei $n \geq 0$ und $x \in \mathbb{R}$.

(A) Der Konvergenzradius der zugehörigen Reihe ist $\frac{1}{2}$.

(B) Die zugehörige Reihe konvergiert absolut für alle $x \in \mathbb{R}$.

(C) Für $x = \frac{1}{3}$ gilt $a_n = o(\frac{1}{2^n})$.

Antwort:011

Frage 2: Sei $x \in \mathbb{R}$.

(A) Es existiert eine monoton steigende Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ von rationalen Zahlen, deren Grenzwert x ist.

(B) Es existiert eine monoton fallende Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ von rationalen Zahlen, deren Grenzwert x ist.

(C) Ist x der Grenzwert zweier Folgen $(a_n)_{n\geq 1}$ und $(b_n)_{n\geq 1}$, so ist die Folge $c_n := a_n - b_n$ eine Nullfolge.

Antwort:111

Frage 3: Gegeben sei die Folge $a_n = e^{-n} \cdot \cos(\frac{\pi}{7} \cdot n)$, wobei $n \geq 1$.

(A) a_n ist beschränkt.

(B) a_n ist monoton.

(C) a_n hat mehr als 7 Häufungspunkte.

Antwort:100

Frage 4: Gegeben sei die Folge $a_n = (-1)^n \cdot \frac{\cos(n \cdot \pi)}{n}$ für $n \geq 1$.

(A) Die zugehörige Reihe ist konvergent.

(B) Die zugehörige Reihe ist absolut konvergent.

(C) $a_n = o(\frac{1}{\sqrt{n}})$.

Antwort:001

Frage 5: Sei $(a_n)_{n\geq 1}$ eine Folge rationaler Zahlen.

(A) Ist die Folge beschränkt, so hat sie einen Häufungspunkt.

(B) Hat die Folge zwei verschiedene Häufungspunkte, so konvergiert sie nicht.

(C) Hat die Folge einen Häufungspunkt, so ist sie beschränkt.

Antwort:110

Frage 6: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto \frac{\ln x}{e^x}$.

(A) f ist stetig.

(B) f ist monoton.

(C) f ist beschränkt.

Antwort:100

Frage 7: Gegeben sei $f\colon [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto \frac{\sin(x^2)}{\sin x}$.

(A) Definiert man $f(0) = \frac{\pi}{2}$, so ist diese Fortsetzung von f stetig.

(B) Der Grenzwert von $f(x)$ für $x \to 0$ existiert.

(C) f ist unbeschränkt.

Antwort:010

Frage 8: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar.

(A) Hat f zwei verschiedene Nullstellen, so hat f' mindestens eine Nullstelle.

(B) Hat f' eine Nullstelle, so ist f nicht streng monoton.

(C) Ist f' streng monoton und nimmt sowohl positive als auch negative Werte an, so hat f mindestens ein lokales Extremum.

Antwort:101

Frage 9: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $x \mapsto x \cdot \sin x$.

(A) Die Fläche unter f über dem Intervall $[0, \pi]$ ist gleich π.

(B) f hat eine elementare Stammfunktion.

(C) Die Fläche unter f über dem Intervall $[0, c]$ ist gleich $O(\sqrt{c})$ für $c \to \infty$.

Antwort:110

Frage 10: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $x \mapsto x^2 e^{-x^3}$.

(A) Das Integral $\int_1^\infty f(x)\,dx$ ist eigentlich konvergent.

(B) Die Reihe $\sum_{n \geq 1} n^2 e^{-n^3}$ konvergiert eigentlich.

(C) f ist auf $[1, \infty)$ monoton fallend.

Antwort:111

Frage 11: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch $(x,y) \mapsto x \cdot \sin y$.

(A) f hat bei $(0,0)$ ein lokales Extremum.

(B) f ist partiell differenzierbar.

(C) f hat bei $(0,0)$ einen Sattelpunkt.

Antwort:011

Frage 12: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch $(x,y,z) \mapsto e^{x+y+z}$.

(A) f hat bei $(0,0,0)$ ein lokales Maximum.

(B) Jede Richtungsableitung von f an der Stelle $(0,0,0)$ existiert und ist endlich.

(C) Die Richtung des größten Anstiegs von f an der Stelle $(0,0,0)$ ist $(1,1,1)$.

Antwort:011

Frage 13: Gegeben sei die Differentialgleichung $y'' + y = 0$.

(A) Die Gleichung hat eine Lösung der Form $y = e^{c \cdot x}$, wobei $c \in \mathbb{R}$.

(B) Ist f eine nichtkonstante Lösung der Differentialgleichung, so ist f beschränkt.

(C) $y = \sin x$ ist eine Lösung der Differentialgleichung.

Antwort:011

Frage 14: Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch $(x,y) \mapsto \frac{xy}{x^2+y^2}$ falls $(x,y) \neq (0,0)$ und $f(0,0) = 0$.

(A) $\lim_{t\to 0+} f(t,t) = \lim_{t\to 0+} f(2t,t)$.

(B) f ist an der Stelle $(0,0)$ stetig.

(C) Für die Funktion $t \mapsto f(t,t)$ stimmen links-und rechtsseitiger Grenzwert an der Stelle 0 überein.

Antwort:001

Frage 15: Sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion auf einem abgeschlossenen Intervall.

(A) Ist f differenzierbar, so ist f stetig.

(B) Ist f stetig, so ist f integrierbar.

(C) Ist f integrierbar, so ist f differenzierbar.

Antwort:110