Prüfung VU Einführung in wissensbasierte Systeme WS 2016/17, 184.737
10.01.2017

Angabe in Deutsch

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben (*kein Bleistift*)!
Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ!

Beispiel 1: **(20 Punkte)**
Logikbasierte Wissensrepräsentation:

a) Die prädikatenlogische (PL1) *Sprache der Arithmetik* besteht aus einem einstelligen Funktionssymbol s (*Nachfolger*), zwei zweistelligen Funktionssymbolen $+$ und $\cdot$ sowie einem Konstantensymbol 0. Weiters ist die zweistellige Gleichheitsrelation $=$ vorhanden. Die Sprache der Arithmetik kann verwendet werden, um die Theorie der natürlichen Zahlen zu axiomatisieren. Dabei betrachten wir eine Zahl n als den Term $s(s(\cdots s(s(0))\cdots))$ (n Mal).

Drücken Sie jede der folgenden Aussagen in der Sprache der Arithmetik aus, oder erklären Sie kurz, warum dies nicht möglich ist. **(7 Punkte)**

i) Eine Zahl y *teilt* eine Zahl x, wenn es ein z gibt mit $x = y \cdot z$.

$\forall x \forall y(divides(x, y) \quad \leftrightarrow \quad \exists z(x = \cdot(y,z))$) 1

ii) Sind zwei Zahlen unterschiedlich, so sind auch ihre Nachfolger unterschiedlich.

$\forall x \forall y(x \neq y \Rightarrow s(x) \neq s(y))$ 1

iii) Eine Zahl x ist *größer* als eine Zahl y wenn es ein $z \neq 0$ gibt, sodass $x = y + z$ (wir schreiben $x > y$).

$\forall x \forall y(x > y \quad \leftrightarrow \quad \exists z(x = y+z)$) 0,5

iv) Jede gerade Zahl ungleich 0 ist die Summe zweier ungerader Zahlen.
Nehmen Sie für diese Teilaufgabe an es gibt zwei unäre Prädikate *even*, *odd* die ausdrücken, dass eine Zahl gerade bzw. ungerade ist.

$\forall x((x \neq 0 \land even(x)) \rightarrow \exists y \exists z(odd(y) \land odd(z) \land x = y+z))$ 1

v) Zwei Zahlen x, y sind *teilerfremd*, wenn es außer 1 keine Zahl gibt, die x und y teilt.

$\forall x \forall y(teilerfremd(x, y) \quad \leftrightarrow \quad \neg \exists z(z \neq 1 \land divides(x,z) \land divides(y,z))$) 1

vi) Entscheiden Sie, ob (1) eine Formel der *Sprache der Arithmetik* ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

$$\forall \underline{P}(\ (P(0) \land \forall x(P(x) \rightarrow P(s(x)))) \ \rightarrow \ \forall x P(x)\ ) \tag{1}$$

2

Nein, da ein Allquantor nicht auf ein Prädikatensymbol angewendet werden kann in d. Prädikatenlogik und d. Spr. d. Arithmetik eine PL-Sprache ist.

b) Wir haben das Zeichen $\models$ in zwei unterschiedlichen Anwendungen kennen gelernt. Geben sie eine formal korrekte Definition für jede der beiden Anwendungen an.

Erklären Sie auch den Unterschied zwischen $\models$ und $\rightarrow$.

1) **(4 Punkte)**

0,1

2) Modus Ponens, $a_1, a_2, .. \models b_1, b_2 ..$
gegeben alle Literale links d. Relation folgen daraus die Konklusionen $b_1, b_2, ...$
ist monoton - wenn man links zusätzliche Prämisse hinzufügt, können
Konklusionen nicht ~~weniger werd~~ wieder falsch werden
Unterschied $\models, \rightarrow$: Schluss vs. Implikation

c) Sei T eine Theorie und φ, ψ Formeln, wobei φ geschlossen ist. Zeigen Sie, dass wenn $T \models \varphi \rightarrow \exists x\, \psi$ dann auch $T \models \exists x\, (\varphi \rightarrow \psi)$. Gehen Sie am besten indirekt vor.

(5 Punkte)

Ann. $T \models \neg\exists x\, (\varphi \rightarrow \psi)$ 0

~~stimmt nicht, da entweder φ nicht in T (somit Implikation falsch) oder falls in T dann das φ existiert~~

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:

i) Aus $\neg p \vee \neg q$ folgt $\neg p \vee \neg q \vee r$. ☐ richtig ☒ falsch f

~~ii) Wenn ϕ unerfüllbar ist, gibt es ein geschlossenes TC1-Tableau für ϕ. ☐ richtig ☒ falsch~~

iii) $\not\models \varphi \rightarrow \psi \iff I \models \varphi$ und $I \not\models \psi$ für alle I.
f ☒ richtig ☐ falsch

~~iv) $(\forall x \exists y\, \varphi \equiv \exists y \forall x\, \varphi)$ ist eine Tautologie. ☐ richtig ☐ falsch~~

v) Falls ϕ erfüllbar ist, so ist $\neg\phi$ unerfüllbar. ☐ richtig ☒ falsch ✓

vi) Nur gültige Formeln sind erfüllbar. ☐ richtig ☒ falsch ✓

vii) $\varphi \leftrightarrow \psi$ ist gültig genau dann wenn $\varphi \wedge \neg\psi$ und $\neg\varphi \wedge \psi$ unerfüllbar sind.
☒ richtig ✓ ☐ falsch

0

1

4 Punkte

Beispiel 2: **(20 Punkte)**
Nichtmonotones Schließen:

a) Beweisen Sie, dass es eine aussagenlogische Theorie T gibt, sodass folgende zwei Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind:

   i) die CWA von T ist inkonsistent,

   ii) die CWA von T relativ zu p ist konsistent (wobei p ein ~~Atom~~ Prädikat ist).

(5 Punkte)

0

b) Geben Sie die allgemeine Definition des *deduktiven Abschlusses* $Cn(T)$ einer Wissensbasis T an.

Definieren Sie die *closed-world assumption* (CWA) relativ zu einem Prädikatsymbol p.

Weshalb wird die CWA benötigt?

(5 Punkte)

$Cn(T)$ sind alle Formeln welche man mit T ableiten kann. 0

CWA: $\{\neg p \mid p \notin Cn(T)\}$ 0

wa j'a

→ Die CWA wird benötigt, um eine Wissensbasis mit vielen negativen Einträgen möglichst effizient darzustellen (Da diese bei Nicht-Präsenz eines Eintrags annimmt, dass dieser negativ ist) 1

c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass $Cn(T_1) \cup Cn(T_2) \subseteq Cn(T_1 \cup T_2)$.

(5 Punkte)

0

d) Gegeben seien folgende Mengen (a ist ein Konstantensymbol, Q, R und S sind Prädikatensymbole):

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{S(a) : Q(a), R(a)}{Q(a)}, \\ \dfrac{R(a) : \neg Q(a), S(a)}{\neg Q(a)}, \dfrac{Q(a) : \neg S(a)}{S(a)} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{lll} W_1 = \{R(a), S(a)\}, & W_2 = \{\neg R(a), Q(a)\}, & W_3 = \{R(a), Q(a)\}. \\ E_1 = Cn(W_1), & E_2 = Cn(W_2), & E_3 = Cn(W_3 \cup \{S(a)\}). \end{array}$$

(i) Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.

$\Delta^{E_1} = \{ \cancel{S(a)} / R(a) / \neg Q(a) \}$

$\Delta^{E_2} = \{ Q(a) / S(a) \}$

$\Delta^{E_3} = \{ S(a) / Q(a), \}$

2,5

(ii) Markieren Sie die korrekten Aussagen:

i. E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$. ☐ richtig ☐ falsch

ii. E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$. ☐ richtig ☐ falsch

iii. E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$. ☑ richtig ☐ falsch

0

f

(6 Punkte)

13

Beispiel 3: (20 Punkte)
Answer-Set Programming (ASP):

a) Definieren Sie den Begriff eines *Answer Sets* eines logischen Programmes P.
Wie gehen Sie vor, um die Answer Sets eines gegebenen Programms zu berechnen: welche Schritte sind in welcher Reihenfolge durchzuführen? (5 Punkte) 2

Ein Answer Set ist ein minimales Modell eines Programmes P. P kann mehrere Answer Sets haben, jedoch müssen alle zugehörigen Modelle minimal sein.
Definition minimales AS: Es darf kein anderes Modell M_2 geben, so dass das Modell M_1 vom AS von diesem ~~M_2~~ eine echte Teilmenge bildet ($M_2 \subset M_1$ darf nicht gelten).

b) Was versteht man unter *Abduktion* und einem *abduktiven Diagnoseproblem*?

(6 Punkte) 5

T... theory
H... hypotheses
O... observations

abd. Diag prob.: mögliche Hypothesen ~~aus H werden~~ $S \subseteq H$ werden durch folgende Formel bestimmt:

S, T, H, O

$\boxed{T \cup S \models O}$ muss gelten, so dass die Observations O mit denen des Problems übereinstimmen.

c) Gegeben sei folgende Beschreibung eines Rechenelements C:

> Falls am Eingang 1 von C der Wert V_1 anliegt und am Eingang 2 von C der Wert V_2 anliegt, dann liegt am Ausgang von C der Wert $\max\{V_1, V_2\}$ an, vorausgesetzt $V_1 < 100$, ansonsten liegt am Ausgang von C der Wert V_2 an.

Repräsentieren Sie dies durch logische Programmregeln und verwenden Sie dafür folgende Prädikate:

- `calculator(C)`: C ist ein Rechenelement;
- `in1(C,V1)`: am Eingang 1 von C liegt der Wert V_1 an;
- `in2(C,V2)`: am Eingang 2 von C liegt der Wert V_2 an;
- `out(C,V)`: am Ausgang von C liegt der Wert V an.

(5 Punkte) 5

```
out(C,V) :- calculator(C), in1(C,V1), V1 >=100, in2(C,V).
out(C,V) :- calculator(C), in1(C,V1), V1<100, in2(C,V2), V1>V2, V=V1.
out(C,V) :- calculator(C), in1(C,V1), V1<100, in2(C,V2), V2>=V1, V=V2.
```

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:

i) Wenn M_1 ein Answer Set eines Programms P_1 ist, und M_2 ein Answer Set eines Programms P_2, dann ist $M_1 \cup M_2$ ein Answer Set von $P_1 \cup P_2$.

richtig ☐ falsch ☒ ✓

ii) Wenn M ein minimales Modell eines Programms P ist, dann ist M ein Answer Set von P.

richtig ☒ falsch ☐ –

iii) Abduktive Diagnosen sind ein schwächeres Konzept als consistency-based diagnosis.

richtig ☐ falsch ☒ ✓

iv) Jede Teilmenge von $\{a, b, c\}$ außer der leeren Menge ist ein Answer Set von $P = \{a \vee b \vee c : -\}$.

richtig ☐ falsch ☒ ✓

(4 Punkte)

2

$P_1 : a \vee b$ $\quad M_1 : a$ $\quad M_1 \cup M_2 : \{a,b\}$ $\quad P_1 \cup P_2$ hat kein AS $\{a,b\}$

$P_2 : b$ $\quad M_2 : b$

11

Beispiel 4: **(20 Punkte)**
Probabilistisches Schließen:

a) Erklären Sie die Begriffe *Diagnostisches Schließen*, *Kausales Schließen* und *Interkausales Schließen* im Zusammanhang mit Bayes'schen Netzen und geben Sie jeweils ein kleines Beispiel zur Illustration jedes Begriffes an. **(6 Punkte)** 0,5

Bsp. DS: $P(A)$ — Schluss eines Werts bezieht sich direkt auf die Diagnose des eigentlichen ~~Wertes~~ Ereignisses

Bsp. KS: $P(A|B)$ — Schluss ~~eine~~ bezieht sich auf Diagnose eines anderen ~~Wertes~~ Ereignisses (im Falle des Beispiels auf B)

Bsp. IS: $P(A|B,C)$ — Schluss bezieht sich auf mehrere andere ~~Werte~~ Ereignisse (Bsp.: B und C)

b) In der allgemeinen Bevölkerung haben 20 von 100.000 Leuten MLC. Ein Test ergibt bei erkrankten Leuten in 900 von 1000 Fällen *true*. Bei gesunden Menschen meldet er fälschlicherweise auch bei 20 von 1000 Fällen *true*.

Bestimmen Sie $P(MLC|test = true)$.

(Hinweis: Der konkrete numerische Wert muss nicht explizit berechnet werden; es genügt die Angabe der Formel mit den entsprechenen Werten.)

(5 Punkte) 3

$P(MLC) = \frac{20}{100\,000} = 0{,}0002$

$P(test|MLC) = \frac{900}{1000} = 0{,}9$

$P(test|\neg MLC) = \frac{20}{1000} = 0{,}02$

$P(test) = P(test|MLC) + P(test|\neg MLC) = 0{,}9 + 0{,}02 = 0{,}92$

$$P(MLC|test) \underset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(test|MLC)\cdot P(MLC)}{P(test)} = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}0002}{0{,}92} = 0{,}0001957$$

c) Was versteht man unter der *Joint Probability Distribution* (*JPD*)? Wie lautet die zentrale Fragestellung des Probabilistischen Schließens? (D.h., was ist gegeben, was ist gesucht?)

(3 Punkte) 1,5

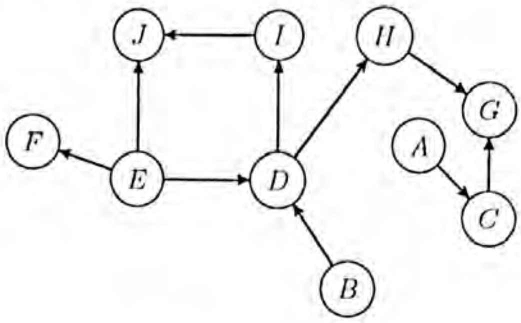
JPD bezeichnet die Zuweisung von Werten zwischen 0 und 1 für $x_1, \dots, x_n$, wobei die Summe all dieser 1 ~~e~~ergeben muss. (x_i ... Ereignis)

$x_1, \dots, x_n$ $\boxed{0 \leq P(x_i) \leq 1}$

$\boxed{\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1}$

gesucht ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, gegeben dem Zusammenhang von Ereignissen und Wk mancher Ereignissen

d) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?

1. H ist bedingt unabhängig von F bei Evidenz E.

   richtig ☒ falsch ☐

2. E ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz D und I.

   richtig ☐ falsch ☒

3. D ist bedingt unabhängig von G bei Evidenz I.

   richtig ☐ falsch ☒

4. H ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz G.

   richtig ☐ falsch ☒

(6 Punkte)

6