1.
2.
3.
4.
5.

Name:

Matrikelnummer:

Analysis für Inf. und Winf. (Prof. Karigl)

Schriftliche Prüfung am 01. 02. 2021

---

1. Gegeben sei die reelle Folge (a_n) mit $a_n = \dfrac{3n^2+10}{n^2-3}$ für $n \geq 2$.

   (a) Berechnen Sie die ersten 5 Glieder der Folge.

   (b) Beweisen Sie, dass die Folge (a_n) streng monoton ist.

   (c) Geben Sie eine obere und eine untere Schranke der Folge (a_n) an.

   (d) Ist die Folge (a_n) konvergent – warum bzw. warum nicht? Berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

2. Für die Funktion $f(x) = 32x \cdot e^{-4x}$ mit $x \in \mathbb{R}_0^+$ berechne man die Grenzwerte für $x\to 0$, $x\to\infty$ und ermittle den Inhalt des vom Funktionsgraphen und der x-Achse im ersten Quadranten eingeschlossenen Flächenstücks.

3. Man berechne die Ableitung von $f(x,y) = x^2 - 2xy + 8y^2 + 101$ im Punkt $P_0(4, 1)$

   (a) in Richtung der Koordinatenachsen,

   (b) in Richtung des Vektors $(-1, 1)$ sowie

   (c) in Richtung von grad f.

   Wie können diese Ergebnisse interpretiert werden?

4. Der Differentialquotient einer Funktion in einer Variablen:

   - Definieren Sie den Differentialquotienten $f'(x_0)$ einer Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0.
   - Interpretieren Sie $f'(x_0)$ (z.B. geometrisch, physikalisch oder wirtschaftlich).
   - Geben Sie 3 Beispiele für elementare Funktionen und deren Ableitungen an.
   - Geben Sie die Regel für die Ableitung der Inversen f^{-1} einer invertierbaren Funktion f an und leiten Sie damit die Ableitung des natürlichen Logarithmus $\ln(x)$ her.

Fortsetzung auf der Rückseite!

5. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y' - \frac{1-x}{x}\,y = 4x^2 .$$

Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Diese Gleichung ist eine	○ gewöhnliche Differentialgleichung, ○ partielle Differentialgleichung, ○ lineare Differentialgleichung, ○ homogene Differentialgleichung.
Die allgemeine Lösung obiger Differentialgleichung ist gegeben durch die Summe	○ der partikulären Lösung der homogenen und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung, ○ der allgemeinen Lösung der homogenen und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung.
Die allgemeine Lösung der Gleichung kann als zwei-parametrige Kurvenschar interpretiert werden.	○ ja ○ nein
Die Funktion $4xe^{-x}$ stellt eine partikuläre Lösung der gegebenen Gleichung dar.	○ ja ○ nein
Die Funktion $4x(x-1)$ stellt eine partikuläre Lösung der gegebenen Gleichung dar.	○ ja ○ nein
Wie viele verschiedene partikuläre Lösungen besitzt diese Gleichung?	○ keine ○ 1 ○ 2 ○ mehr als 2
Zur Bestimmung einer partikulären Lösung der Gleichung kann die Methode der „Variation der Konstanten“ angewendet werden.	○ ja ○ nein
Zur Bestimmung einer partikulären Lösung der Gleichung kann die Methode der „Trennung der Variablen“ angewendet werden.	○ ja ○ nein

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 19. 02. 2021, siehe TISS