

2. Übungstest aus Algebra und Diskrete Mathematik für I.u.WI

Gruppe K 2 - Koppensteiner

14.01.2026

Name:

Matrikelnummer:

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle
Antworten sind genau zu begründen.
Arbeitszeit: 45 Minutes.

Aufgabe	Punkte	Erreicht
1	2½	
2	2½	
3	3	
Gesamt	8	

Aufgabe 1: (2½ Punkte)

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 10 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

- (a) (1 ½ Punkte) Welche Dimension hat die lineare Hülle der Vektoren v_1, v_2, v_3 ?
- (b) (1 Punkt) Stellt $\{v_1, v_2, v_3\}$ eine Basis des \mathbb{R}^3 dar?
- Falls ja, begründen Sie. Falls nein, geben Sie eine Basis des \mathbb{R}^4 an.

Aufgabe 2: (2½ Punkte)

Gegeben sei die lineare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Man bestimme alle Werte x, y , sodass $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Sei U die von (123) erzeugte Untergruppe der symmetrischen Gruppe S_3 . Geben Sie alle Elemente von U in Zykeldarstellung an. Bestimmen Sie weiters die Linksnebenklassen von U in S_3 . Ist U ein Normalteiler von S_3 ? (Begründung!) Falls ja, geben Sie die Elemente und die Operationstafel der Faktorgruppe an!

2. Übungstest aus Algebra und Diskrete Mathematik für I.u.WI

Gruppe K 1 - Koppensteiner

14.01.2026

Name:

Matrikelnummer:

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle
Antworten sind genau zu begründen.

Arbeitszeit: 45 Minutes.

Aufgabe	Punkte	Erreicht
1	3	
2	$2\frac{1}{2}$	
3	$2\frac{1}{2}$	
Gesamt	8	

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Sei U die von (132) erzeugte Untergruppe der symmetrischen Gruppe S_3 . Geben Sie alle Elemente von U in Zykeldarstellung an. Bestimmen Sie weiters die Linksnebenklassen von U in S_3 . Ist U ein Normalteiler von S_3 ? (Begründung!) Falls ja, geben Sie die Elemente und die Operationstafel der Faktorgruppe an!

Aufgabe 2: (2½ Punkte)

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 21 \\ -4 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

- (a) (1 ½ Punkte) Welche Dimension hat die lineare Hülle der Vektoren v_1, v_2, v_3 ?
- (b) (1 Punkt) Stellt $\{v_1, v_2, v_3\}$ eine Basis des \mathbb{R}^3 dar?
- Falls ja, begründen Sie. Falls nein, geben Sie eine Basis des \mathbb{R}^3 an.

Aufgabe 3: (2½ Punkte)

Gegeben sei die lineare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 Man bestimme alle Werte x, y , sodass $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.