Name:

Matrikeln

1.
2.
3.
4.
5.

Analysis 2 für Informatik (Prof. Karigl)

Schriftliche Prüfung am 04. 07. 2017

1. Berechnen Sie das Bereichsintegral

$$\iint_B 8(x-y)^2\, dxdy,$$

wobei $B = \{(x,y) : 1 \le x^2 + y^2 \le 4, |y| \le x\}$ ein Kreisringsektor ist. Wie sieht der Bereich B aus, machen Sie eine Skizze?

Hinweis: Führen Sie einen Koordinatenwechsel zu Polarkoordinaten (r,φ) durch und zeigen Sie, dass dadurch der Bereich B in den Rechteckbereich R gemäß

$$R = \left\{(r,\varphi) : 1 \le r \le 2, -\frac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{\pi}{4}\right\}$$

transformiert wird.

2. Die Funktion $f(t) = 1 - t$ für $0 < t < 1$ soll auf dem Intervall $(-1, +1)$ zu einer ungeraden Funktion erweitert und außerhalb dieses Intervalls mit der Periodenlänge 2 periodisch fortgesetzt werden. Man ermittle die komplexe Fourierreihe.

3. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichung für eine Funktion $u(x,y)$:

$$u_x + 2u_y = xe^{x+y}.$$

4. Für die Fourier-Transformation

$$\mathcal{F}: f(t) \to \hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$

(f absolut integrierbar, $\omega \in \mathbb{R}$) beweise man folgende Rechenregeln:

- $\overline{f(t)} \to \overline{\hat{f}(-\omega)}$ und $f(t-a) \to e^{-i\omega a}\hat{f}(\omega)$ $(a \in \mathbb{R})$
- Geben Sie zwei weitere Rechenregeln (ohne Beweis) an.

Bitte umblättern!

5. Lagrange-Interpolation:

- Man diskutiere die Eigenschaften der Lagrange-Polynome

$$L_i(x) = \frac{(x-x_0)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)}, \quad i=0,\ldots,n$$

  und leite mit ihrer Hilfe das Lagrange'sche Interpolationspolynom zu den Interpolationsstellen (x_0,y_0), ..., (x_n,y_n) (mit $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$) her.

- Ferner illustriere man den Lagrange'schen Ansatz an Hand eines selbst gewählten Beispiels.

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 21. 07. 2017, siehe TISS