1.
2.
3.
4.
5.

Name:

Matrikelnummer:

Analysis für Inf. und Winf. (Prof. Karigl)

Schriftliche Prüfung am 06. 10. 2021

---

1. Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$$

differenzierbar? (Ihre Behauptung müssen Sie auch begründen.) Berechnen Sie weiters die Ableitung von f.

2. Man bestimme das Monotonieverhalten sowie das Krümmungsverhalten (Konvexität) für die Funktion $f(x) = 3x^2 \cdot e^x + 1$ auf $\mathbb{R}$. Ferner berechne man die Grenzwerte von f(x) für $x \to -\infty$, $x \to 0$ und $x \to \infty$.

3. Man löse die inhomogene lineare Differentialgleichung $xy' + y = 3x^2 - 2$. Wie lautet die partikuläre Lösung zur Anfangsbedingung y(1) = 4?

4. Differentialrechnung von Funktionen in mehreren Variablen: Man erkläre (möglichst knapp) nachstehende Begriffe und gebe zu jedem Begriff ein konkretes Beispiel an.
   - Definition und geometrische Interpretation der partiellen Ableitung
   - Richtungsableitung
   - Kettenregel
   - Ableitung einer impliziten Funktion

Fortsetzung auf der Rückseite!

5. Die Potenzreihe $\sum_{n\geq 0}(-1)^n \frac{x^n}{n^3+1}$ besitzt den Konvergenzradius R = 1. Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Die Potenzreihe besitzt den Entwicklungspunkt	○ $x_0 = -1$ ○ $x_0 = 0$ ○ $x_0 = 1$
Die Reihe divergiert für	○ $x = -1{,}25$ ○ $x = -1$ ○ $x = 1$
Die Reihe konvergiert für	○ $x = -1$ ○ $x = 0$ ○ $x = 0{,}375$
Zur Überprüfung der Konvergenz der Reihe eignet sich das Konvergenz-kriterium von Cauchy.	○ ja ○ nein
Zur Überprüfung der Konvergenz der Reihe eignet sich das Wurzelkriterium.	○ ja ○ nein
Zur Überprüfung der Konvergenz der Reihe eignet sich die Regel von de l'Hospital.	○ ja ○ nein
Ist die Reihe an einer Stelle $x = x_1$ konvergent, dann auch für $x = x_1/2$.	○ ja ○ nein
Jede absolut konvergente unendliche Reihe ist auch	○ bedingt konvergent ○ konvergent

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 22. 10. 2021, siehe TISS