1.
2.
3.
4.
5.

Name:

Matrikelnummer:

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf. und Winf.

(Prof. Karigl)

Schriftliche Prüfung am 16. 11. 2021

---

1. Man überprüfe mit Hilfe einer Elementtabelle die Gültigkeit der Mengeninklusion

$$(A \cup B) \cap (B \,\Delta\, C) \subseteq A$$

(wobei $U \,\Delta\, V = (U \cap V') \cup (U' \cap V)$ die symmetrische Differenz und U' das Komplement von Mengen bezeichnen). Falls die angegebene Inklusion nicht gültig ist, gebe man ein konkretes Beispiel von Mengen A, B, C an, wo diese Beziehung verletzt ist.

2. Gesucht ist die allgemeine Lösung der linearen Differenzengleichung

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n = 10 + 6n + 9 \cdot 4^n .$$

3. Man untersuche die Lösbarkeit des folgenden Gleichungssystems und berechne gegebenenfalls alle Lösungen:

$$\begin{array}{rrrrcr} & +3x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 2 \\ 2x_1 & -x_2 & -x_3 & +3x_4 & = & 0 \\ -x_1 & +4x_2 & +3x_3 & -3x_4 & = & 2 \\ 2x_1 & +4x_2 & & +x_4 & = & 1 \\ \hline \end{array}$$

4. Halbordnungsrelationen und Hasse-Diagramme:
   - Wie lautet die Definition einer Halbordnungsrelation?
   - Wie konstruiert man ein Hasse-Diagramm?
   - Geben Sie zwei unterschiedliche Beispiele einer Halbordnungsrelation (einschließlich Hasse-Diagramm) an, sowie ein Beispiel einer binären Relation, welche keine Halbordnungsrelation ist.

Bitte umblättern!

5. Wir betrachten einen beliebigen Ring $(R, +, \cdot)$. Beantworten Sie die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Die erste Operation + ist stets	○ kommutativ ○ assoziativ
Die zweite Operation · ist stets	○ kommutativ ○ assoziativ
(R, +) ist stets eine Gruppe.	○ ja ○ nein
Welche Elemente besitzen Inverse bezüglich der ersten Operation + ?	○ keines ○ alle ○ mindestens eines, aber nicht alle
In R gilt stets die Kürzungsregel: $a \cdot b = a \cdot c,\ a \neq 0 \ \Rightarrow\ b = c$ für $a,b,c \in R$	○ ja ○ nein
Jeder Ring R besitzt mindestens einen Nullteiler.	○ ja ○ nein
Jeder unendliche Integritätsring R ist auch ein Körper.	○ ja ○ nein
Gibt es Ringe mit folgender Anzahl von Elementen?	○ 0 ○ 1 ○ 2 ○ 2021 ○ ∞

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 03.12.2021, siehe TISS