Algebra und Diskrete Mathematik für Informatik und WI - UE-Test 1 - Gruppe Q

Familienname: Vorname:

Matrikelnummer:

(1) [7 Punkte] Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Gültigkeit der folgenden Summenformel für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{k}{4^k} = \frac{4}{9} - \frac{3n+4}{9 \cdot 4^n}.$$

Dabei müssen alle Elemente eines Induktionsbeweises angeführt und die kennengelernten Bezeichnungen angegeben werden.

(2) [6 Punkte] Man ermittle alle komplexen Lösungen der quadratischen Gleichung

$$iz^2 - 2z - 2i = 0$$

und gebe diese sowohl in kartesischer Form als auch in Polarform an.

(3) [7 Punkte] Überprüfen Sie mit Hilfe einer Elementtabelle die Gültigkeit der nachfolgend angegebenen Mengeninklusion (wobei Δ die symmetrische Differenz von Mengen bezeichnet). Geben Sie dabei unbedingt an, wie Sie aus der Elementtabelle dies entscheiden können.

$$(A \,\Delta\, B) \cap C \subseteq (A \cap C) \cup (B \cap C).$$