Technische Grundlagen der Informatik			**4.11.2011** 50 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

1	[8]	[ ]
2	[20]	[ ]
3	[10]	[ ]
4	[12]	[ ]
5	[10]	[ ]
6	[5]	[ ]
7	[5]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[20]	[ ]
Summe	[100]	[ ]
Note		

Deckblatt sofort ausfüllen!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

---

1. *(8 Punkte)* Gegeben sei ein Computer mit einer Wortbreite von 4 Bit. Negative Zahlen werden in Exzessdarstellung dargestellt (Exzess=6). Wieviele negative Zahlen und wieviele positive Zahlen (inklusive Null) gibt es?

   Anzahl negative Zahlen:

   Anzahl positive Zahlen (inklusive Null):

2. *(20 Punkte)* Stellen Sie die Zahl $(510.2)_{10}$ als IEEE 754 Gleitpunktzahl im *single precision* Format mit implizitem ersten Bit dar. Runden Sie die Zahl gegebenenfalls mittels *round to nearest* zusammen mit *round away from zero*.

3. *(10 Punkte)* Gegeben sei ein Computer mit einer Wortbreite von 3 Bit.

   (a) Negative Zahlen werden im Zweierkomplement dargestellt. Listen Sie alle darstellbaren Zahlen in Dezimaldarstellung auf!

   (b) Negative Zahlen werden im Einerkomplement dargestellt. Listen Sie alle darstellbaren Zahlen in Dezimaldarstellung auf!

---

4. *(12 Punkte)* Wie lautet die Darstellung der Zahl Null in den nachfolgenden Zahlensystemen? Geben Sie alle möglichen Darstellungen an!

   (a) Wortbreite 8 Bit, Zweierkomplementdarstellung

   (b) Wortbreite 6 Bit, Einerkomplementdarstellung

   (c) Wortbreite 4 Bit, Exzessdarstellung, Exzess=5

   (d) Wortbreite 32 Bit, IEEE 754, implizites erstes Bit

5. *(10 Punkte)* Gegeben sind die folgenden Zahlen:

$$A = (152)_{16} \quad \text{und} \quad B = (25)_8$$

(a) Wandeln Sie diese Zahlen direkt (ohne Umweg über das Dezimalsystem) in Binärzahlen um.

(b) Berechnen Sie binär: $A - 8 * B$

---

6. *(5 Punkte)* Wieviele Wahrheitswerte kennt die Boolesche Algebra?

7. *(5 Punkte)* Gegeben sei ein Boolescher Ausdruck bestehend aus drei Variablen. Der Ausdruck stellt eine Tautologie dar. Wie sieht das entsprechende KV-Diagramm aus?

---

8. *(10 Punkte)* Gegeben ist der folgende Ausdruck:

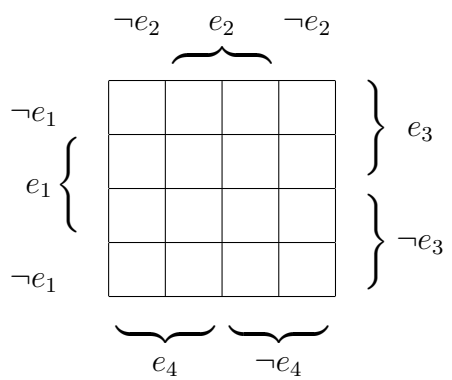
$$f(a, b, c) = [\neg a \wedge (b \vee c)] \vee [a \wedge (\neg b \vee \neg c)]$$

Führen Sie diesen Ausdruck in die konjunktive Normalform über.

9. *(20 Punkte)* Gegeben sind die 2 Bit langen Zahlen A (e_1e_2) und B (e_3e_4). Das Ergebnis der Addition von A und B ist 3 Bit lang ($a_1a_2a_3$). e_2, e_4 und a_3 stellen jeweils das *least significant bit* (LSB) dar. Geben Sie einen minimalen Booleschen Ausdruck für die Ausgangsvariable a_3 sowohl in disjunktiver Form als auch in konjunktiver Form an!

A		B		A+B		
e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2	a_3
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

KV-Diagramm a_3:



Minimale disjunktive Form:

Minimale konjunktive Form:

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **17.4.2012** 60 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

1	[12]	[ ]
2	[10]	[ ]
3	[10]	[ ]
4	[10]	[ ]
5	[10]	[ ]
6	[7]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[15]	[ ]
9	[16]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

Deckblatt sofort ausfüllen!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

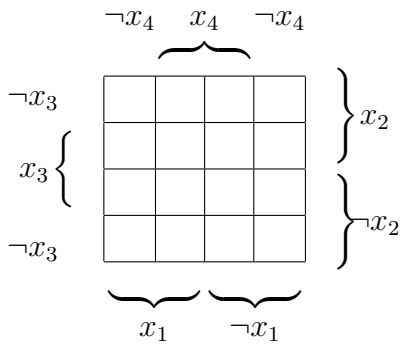
Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

---

1. *(12 Punkte)* Ermitteln Sie für die folgende Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ mittels KV-Diagramm eine minimale *konjunktive* Form.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X



$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

2. *(10 Punkte)* Bringen Sie den folgenden Ausdruck für die Variablen a, b und c durch Umformen in die (kanonische) disjunktive Normalform.

$$f(a, b, c) = (a \wedge b) \vee \neg(a \vee \neg b)$$

---

3. *(10 Punkte)* Überprüfen Sie, ob der folgende Ausdruck eine Tautologie darstellt. Geben Sie Zwischenschritte an!

$$f(a, b, c) = \neg\left[\neg(b \rightarrow a) \vee (a \wedge \neg b) \vee (a \leftrightarrow b)\right] \rightarrow (a \wedge c)$$

4. *(10 Punkte)* Die minimale disjunktive Form der Booleschen Funktion $f(a, b, c, d)$ ist $a \wedge \neg b$.

   (a) *(4 Punkte)* Aus *welchen* Mintermen besteht die (kanonische) DNF von f?

   (b) *(3 Punkte)* Aus *wievielen* Maxtermen besteht die (kanonische) KNF von f?

   (c) *(3 Punkte)* Wie lautet die minimale konjunktive Form von f?

---

5. *(10 Punkte)* Wandeln Sie die Zahl

$$(76E.30C)_{16}$$

   in die folgenden Zahlensysteme um:

   (a) Binärsystem:

   (b) Quaternärsystem (Basis = 4):

6. *(7 Punkte)* Warum wird eine Gleitpunktzahl so codiert, dass der Exponent zwischen Vorzeichen und Mantisse steht?

---

7. *(10 Punkte)* Stellen Sie die folgende Zahl im IEEE 754 *Single Precision* Format dar:

$$(-1025.6875)_{10}$$

8. *(15 Punkte)* Gegeben ist das Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$, das eine Formatbreite von 16 Bit besitzt und eine implizite Darstellung der führenden '1' verwendet. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktzahlensystem analog zum IEEE 754 *Single Precision* Format aufgebaut.

   Berechnen Sie das Produkt $A * B$ für folgende Zahlen:

$$\begin{aligned} A &= 0\ 01010\ 1100011100 \\ B &= 0\ 10100\ 0010000000 \end{aligned}$$

   Runden Sie das Ergebnis mittels *round to nearest/round away from zero* und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl im vorgegebenen Format dar.

9. *(16 Punkte)* Gegeben ist ein Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 3, 0, 1, true)$, das analog zu IEEE 754 eine implizite Darstellung des ersten Bits benutzt und Sonderwerte mit den speziellen Exponentenwerten $e_{min} - 1$ und $e_{max} + 1$ codiert.

   (a) *(3 Punkte)* Wieviele Bits werden für Vorzeichen, Exponent und Mantisse im angegebenen Gleitpunktsystem benötigt?

   (b) *(3 Punkte)* Welchen Wert müssen Sie für den Exzess verwenden, um die angegebenen Exponentenwerte im vorgegebenen Gleitpunktsystem zu codieren?

   (c) *(6 Punkte)* Geben Sie eine Auflistung der *Codierungen* aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren *normalisierten* negativen Zahlen.

   (d) *(4 Punkte)* Geben Sie eine Auflistung der *Codierungen* aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren *denormalisierten* positiven Zahlen (inklusive 0).

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **30.10.2012** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

1	[6]	[ ]
2	[8]	[ ]
3	[10]	[ ]
4	[18]	[ ]
5	[10]	[ ]
6	[8]	[ ]
7	[6]	[ ]
8	[7]	[ ]
9	[8]	[ ]
10	[5]	[ ]
11	[6]	[ ]
12	[8]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(6 Punkte)* Gegeben ist folgende Zahl: $(0.73)_{10}$

   (a) Wandeln Sie die Zahl in eine Binärzahl mit 4 Nachkommastellen um, alle weiteren Nachkommastellen werden abgeschnitten!

   (b) Berechnen Sie den Betrag des *absoluten* Fehlers, der durch die Rundung entsteht.

2. *(8 Punkte)*

   (a) Nennen Sie die beiden Eigenschaften, die eine Rundungsfunktion erfüllen muss und erläutern Sie diese kurz!

   (b) Angenommen, ein dezimales Zahlensystem umfasst im Intervall $[-9,+9]$ nur ganze Zahlen. Auf welche Zahlen werden die beiden nachfolgenden reellen Zahlen abgebildet, wenn als Rundungsmethode Aufrunden *(round toward plus infinity)* verwendet wird?

   - $(-1.7)_{10}$:
   - $(+2.5)_{10}$:

---

3. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das Bitmuster 1001010 als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen und Betrag	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(63)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Vorkomma- und 3 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 4, -2, 3, \mathit{false})$ Gleitpunktzahl mit implizitem ersten Bit	

4. *(18 Punkte)* Gegeben ist das Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$. Es verwendet eine Formatbreite von 16 Bit und eine **implizite Darstellung der führenden '1'**. Die Codierung der Zahlen entspricht der Codierung des IEEE 754 *Single Precision* Formats, angepasst an die kleinere Formatbreite.

   Gegeben sind die folgenden, bereits in diesem System codierten Zahlen:

$$\begin{aligned} A &= 1\ 11010\ 1111011100 \\ B &= 0\ 11000\ 1010110001 \\ C &= 0\ 00001\ 0100000000 \end{aligned}$$

   Führen Sie die nachfolgenden Berechnungen binär durch. Runden Sie mittels *round to nearest/round away from zero* und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl im vorgegebenen Format dar!

   (a) $A + B$

   (b) $A * C$

5. *(10 Punkte)* Stellen Sie die folgende Zahl im IEEE 754 *Single Precision* Format dar:

$$(-172.654)_8$$

---

6. *(8 Punkte)* Die Zahlen Z_1 und Z_2 sind in einer Exzessdarstellung codiert. Die Summe S der Zahlen Z_1 und Z_2 ist in derselben Exzessdarstellung codiert.

   Berechnen Sie den Exzess anhand der nachfolgenden binären Werte von Z_1, Z_2 und S. Geben Sie den Exzess sowohl in binärer als auch in dezimaler Darstellung an!

$$\begin{aligned} Z_1 &= 00010010 \\ Z_2 &= 01001011 \\ S &= 01001000 \end{aligned}$$

7. *(6 Punkte)* Lesen Sie nachfolgende Funktion einmal in *minimaler disjunktiver Form* und einmal in *minimaler konjunktiver Form* aus!

	$\neg e_4$	e_4	e_4	$\neg e_4$	
$\neg e_3$	X	1	1	X	e_2
e_3	X	X	X	X	e_2
e_3	X	X	X	X	$\neg e_2$
$\neg e_3$	X	1	1	X	$\neg e_2$
	e_1	e_1	$\neg e_1$	$\neg e_1$	

Minimale disjunktive Form: $f(e_1, e_2, e_3, e_4) =$

Minimale konjunktive Form: $f(e_1, e_2, e_3, e_4) =$

---

8. *(7 Punkte)* Gegeben ist der folgende Boolesche Ausdruck:

$$
\begin{array}{lllllllll}
(& a & \wedge & \neg b & & & & &) \vee \\
(& a & \wedge & b & \wedge & & \neg d & &) \vee \\
(& a & \wedge & b & \wedge & c \wedge & d & &)
\end{array}
$$

Vereinfachen Sie diesen Ausdruck mittels nachfolgendem KV-Diagramm. Wie lautet der Ausdruck in *minimaler disjunktiver Form*?

	$\neg c$	c	c	$\neg c$	
$\neg d$					b
d					b
d					$\neg b$
$\neg d$					$\neg b$
	a	a	$\neg a$	$\neg a$	

9. *(8 Punkte)* Entwerfen Sie eine Boolesche Funktion $V(b_1, b_0, a_1, a_0)$, die die Eingangswerte $(b_1 b_0)_2$ und $(a_1 a_0)_2$ miteinander vergleicht und bei Gleichheit logisch '0' ausgibt.

   Die Ausgabe der Funktion V ist dementsprechend folgendermaßen definiert:

$$V(b_1, b_0, a_1, a_0) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad (b_1 = a_1) \text{ und } (b_0 = a_0) \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

   Beispiel: $V(0, 0, 0, 1) = 1$, weil $b_0 \neq a_0$

   (a) Befüllen Sie die Wahrheitstabelle der Funktion V:

b_1	b_0	a_1	a_0	$V(b_1, b_0, a_1, a_0)$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

   (b) Geben Sie die Boolesche Funktion in *Konjunktiver Normalform (KNF)* an!

   $V(b_1, b_0, a_1, a_0) =$

---

10. *(5 Punkte)* Zu welchem Gesetz der Booleschen Algebra gehört der nachfolgende Ausdruck? Geben Sie den *dualen Satz* an!

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

11. *(6 Punkte)* Gesucht ist eine Boolesche Funktion über zwei Eingangsvariablen a und b.

Wie lautet die Funktion $f(a, b)$ in *Disjunktiver Normalform (DNF)*, wenn die beiden Eingangsvariablen mittels Antivalenz (XOR) einmal verknüpft werden?

---

12. *(8 Punkte)* Gegeben ist der folgende Boolesche Ausdruck:

$$\overline{\overline{(\overline{a} \rightarrow b)} \vee (\overline{\overline{(\overline{b} \wedge c)}} \wedge d)}$$

Hinweis: $\overline{(a \wedge b)} = \neg(a \wedge b)$

Formen Sie den Ausdruck so um, dass Negationen nur mehr in *atomarer Form* vorliegen!

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **18.04.2013** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

1	[8]	[ ]
2	[8]	[ ]
3	[6]	[ ]
4	[6]	[ ]
5	[10]	[ ]
6	[14]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[6]	[ ]
9	[4]	[ ]
10	[10]	[ ]
11	[10]	[ ]
12	[8]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(8 Punkte)* Wandeln Sie die Zahl

$$(-176.273)_8$$

in die nachfolgenden Zahlensysteme um. Runden Sie unter Verwendung der jeweiligen Rundungsvorschrift auf n Nachkommastellen:

(a) Binärsystem ($n = 4$, *round toward minus infinity*):

(b) Hexadezimalsystem ($n = 2$, *optimal rounding / round to even*):

2. *(8 Punkte)* Von einer Zahl Z kennen Sie deren dezimalen Wert und die Darstellung in einem Zahlensystem mit unbekannter Basis b ($b > 1$). Beantworten Sie nachfolgende Fragen für

$$Z = (26)_{10} = (35)_b$$

(a) Welchen Wert hat b? Geben Sie Ihren Rechengang an!

(b) Wie viele unterschiedliche Ziffern gibt es in diesem Zahlensystem?

---

3. *(6 Punkte)* Kreuzen Sie die nachfolgenden Aussagen entsprechend an!
(richtige Antwort: +1 Punkt, falsche Antwort: -1 Punkt, keine Antwort: 0 Punkte)

Eine Zahl A wird im Zweierkomplement dargestellt. Es gilt:

Wahr	*Falsch*	
❍	❍	Ist die erste Stelle (*msb*) eine 0, so handelt es sich um eine positive Zahl.
❍	❍	Ist die letzte Stelle (*lsb*) eine 1, so handelt es sich um eine gerade Zahl.
❍	❍	$-A = \neg A$
❍	❍	Im Zweierkomplement gibt es gleich viele positive ($\neq 0$) wie negative Zahlen.
❍	❍	Im Zweierkomplement sind mit m Bits 2^m verschiedene Zahlen darstellbar.
❍	❍	Im Zweierkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei unterschiedliche Darstellungen.

4. *(6 Punkte)* Kreuzen Sie die nachfolgenden Aussagen entsprechend an!
(richtige Antwort: +1 Punkt, falsche Antwort: -1 Punkt, keine Antwort: 0 Punkte)

In einem Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, \ldots, \mathit{true})$ ist eine denormalisierte Zahl eine Zahl, ...

Wahr	*Falsch*	
❍	❍	... die < 1 ist.
❍	❍	... die betragsmäßig größer ist als jede normalisierte Zahl in diesem System.
❍	❍	... die betragsmäßig kleiner ist als jede normalisierte Zahl in diesem System.
❍	❍	... deren erste Mantissenstelle 0 sein muss.
❍	❍	... deren erste Mantissenstelle 1 ist.
❍	❍	... deren erste Mantissenstelle 0 sein kann.

---

5. *(10 Punkte)* Gegeben ist folgende im IEEE 754 *Single Precision* Format codierte Gleitpunktzahl:

0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Decodieren Sie diese Zahl und geben Sie ihren Wert als *dezimale Festpunktzahl* an!

6. *(14 Punkte)* Gegeben sind die Zahlen A und B im IEEE 754 *Single Precision* Format.

A:	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
B:	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(a) Berechnen Sie $A - B$ und stellen Sie das Resultat wieder als IEEE-Zahl dar!

(b) Dividieren Sie A durch $(8)_{10}$ und stellen Sie das Resultat wieder als IEEE-Zahl dar!

7. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das Bitmuster 11110011 als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Einerkomplement	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(201)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 5, -3, 2, \mathit{true})$ Gleitpunktzahl mit implizitem ersten Bit	

---

8. *(6 Punkte)* Geben Sie ein KV-Diagramm zur folgenden Funktion an:

$$\neg a \oplus b \oplus c \oplus d$$

Hinweis: Bei $\oplus$ handelt es sich um die logische Antivalenz, die auch durch XOR dargestellt wird.

9. *(4 Punkte)* Wie heißt der durch nachfolgende Wahrheitstabelle beschriebene Boolesche Operator $\boxdot$?

a	b	$a \boxdot b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

---

10. *(10 Punkte)* Gegeben ist der nachfolgende Boolesche Ausdruck. Bringen Sie diesen Ausdruck mittels Umformen in die *disjunktive Normalform* und kreuzen Sie <u>anschließend</u> entsprechend an!

$$\overline{\overline{\overline{(\overline{(a \vee b)} \wedge c \wedge \overline{d})} \wedge (\overline{d} \rightarrow a \vee \overline{b})}}$$

Hinweis: $\overline{(a \vee b)} = \neg(a \vee b)$

- ❍ $(\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge c \wedge \overline{d})$
- ❍ $(a \vee b \vee \overline{c} \vee d) \wedge (a \vee \overline{b} \vee d)$
- ❍ $(\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (d \leftarrow \overline{a} \wedge b)$
- ❍ $(\overline{a} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c} \wedge \overline{d})$
- ❍ $(a \wedge b \wedge \overline{c} \wedge d) \vee (a \wedge \overline{b} \wedge \overline{c} \wedge d) \vee (a \wedge \overline{b} \wedge c \wedge d)$
- ❍ andere Lösung:

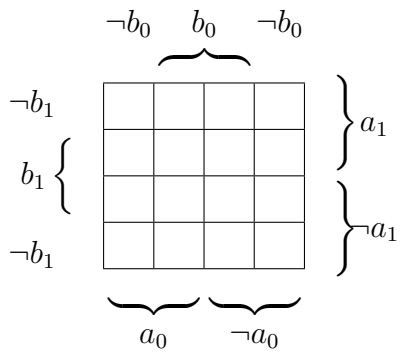
11. *(10 Punkte)* Entwerfen Sie eine Boolesche Funktion $F(b_1, b_0, a_1, a_0)$, die wie folgt definiert sei:

$$F(b_1, b_0, a_1, a_0) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad (b_1 b_0)_2 - (a_1 a_0)_2 < 0 \\ 1 & \text{falls} \quad (b_1 b_0)_2 - (a_1 a_0)_2 \geq 0 \end{cases}$$

(a) Befüllen Sie die Wahrheitstabelle der Funktion F:

b_1	b_0	a_1	a_0	$F(b_1, b_0, a_1, a_0)$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

(b) Ermitteln Sie mit dem nachfolgenden KV-Diagramm einen *minimalen konjunktiven* Funktionsausdruck für $F(b_1, b_0, a_1, a_0)$!



$F(b_1, b_0, a_1, a_0) =$

12. *(8 Punkte)* Gegeben sind ein KV-Diagramm (für Notizen steht es 3× zur Verfügung) sowie Boolesche Ausdrücke. Geben Sie zu jedem Ausdruck an, ob dieser die im KV-Diagramm gegebene Funktion *korrekt* bzw. *minimal* beschreibt!
(richtige Antwort: +2 Punkte, falsche Antwort: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)

	$\neg d$	d	$\neg d$		
$\neg c$	1	X	0	1	a
c	X	0	0	0	a
c	1	1	0	0	$\neg a$
$\neg c$	1	0	X	1	$\neg a$
	b		$\neg b$		

	$\neg d$	d	$\neg d$		
$\neg c$	1	X	0	1	a
c	X	0	0	0	a
c	1	1	0	0	$\neg a$
$\neg c$	1	0	X	1	$\neg a$
	b		$\neg b$		

	$\neg d$	d	$\neg d$		
$\neg c$	1	X	0	1	a
c	X	0	0	0	a
c	1	1	0	0	$\neg a$
$\neg c$	1	0	X	1	$\neg a$
	b		$\neg b$		

	nicht korrekt	korrekt, aber nicht minimal	korrekt und minimal
$a \vee (a \wedge \neg c \wedge \neg d) \vee (\neg a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge \neg d)$	❍	❍	❍
$(b \wedge \neg d) \vee (a \wedge \neg c \wedge \neg d) \vee (\neg a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge \neg d)$	❍	❍	❍
$(\neg a \vee \neg c) \wedge (c \vee \neg d) \wedge (b \vee \neg c)$	❍	❍	❍
$(a \vee c) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg b \vee c)$	❍	❍	❍

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **29.10.2013** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

1	[8]	[ ]
2	[8]	[ ]
3	[8]	[ ]
4	[6]	[ ]
5	[12]	[ ]
6	[12]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[6]	[ ]
10	[8]	[ ]
11	[6]	[ ]
12	[6]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(8 Punkte)* Das Bitmuster $(40265)_8$ (Länge 15 Bit) repräsentiert eine in einem Festpunktformat mit 11 Vorkommastellen codierte Zahl.

   Geben Sie den Wert der Festpunktzahl als Dezimalzahl an.

2. *(8 Punkte)* In welchem Zahlensystem stellt die folgende Gleichung eine wahre Aussage dar?

$$31 + 3 + 7 = 40$$

---

3. *(8 Punkte)* Gegeben sind die folgenden Gleitpunktzahlen. Die Zahlen sind im IEEE754 *Single Precision Format* codiert.

$$A : 1\,01000000\,00100000111111010101100$$
$$B : 0\,01000101\,00000000000000000000000$$

Berechnen Sie binär $A * B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im IEEE754 *Single Precision Format* dar. Runden Sie das Ergebnis mittels *Round to Nearest* und bei $x = \hat{x}$ *Round to Even*.

4. *(6 Punkte)* Gegeben ist das folgende Gleitpunktsystem:

$$\mathbb{F}(2, 46, -1022, +1023, true)$$

Wie groß ist in diesem Gleitpunktsystem ein *ulp*? Geben Sie den Wert als Zweierpotenz in der Form 2^x an!

---

5. *(12 Punkte)* Gegeben sind die folgenden Gleitpunktzahlen. Die Zahlen sind im IEEE 754 *Single Precision Format* codiert.

$$A : 0\,10000001\,00000000111111010101100$$
$$B : 1\,01111110\,00000011111100100000101$$

Berechnen Sie binär $A + B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im IEEE 754 *Single Precision Format* dar. Runden Sie das Ergebnis mittels *Round to Nearest* und bei $x = \hat{x}$ *Round to Even*.

6. *(12 Punkte)* Sie haben das Gleitpunktsystem $\mathbb{F}(2, 5, -2, 3, \mathit{true})$ mit implizitem ersten Bit gegeben. Bitte beantworten Sie die nachfolgenden Fragen!

   Hinweis: 0 wird als normalisierte Zahl aufgefasst!

   (a) Wie lautet die kleinste positive normalisierte darstellbare Zahl ($\neq 0$) in diesem Gleitpunktsystem in dezimaler Darstellung?

   (b) Wie lautet die größte darstellbare Zahl ($\neq \infty$) in diesem Gleitpunktsystem in dezimaler Darstellung?

   (c) Wie viele denormalisierte Zahlen gibt es in diesem Gleitpunktsystem?

   (d) Wie viele normalisierte Zahlen gibt es in diesem Gleitpunktsystem?

---

7. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das Bitmuster 11110 als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Zweierkomplement	
Vorzeichen und Betrag	
Exzessdarstellung (Exzess = 11100)	
Gleitpunktzahl $\mathbb{F}(2, 2, -2, +3, \mathit{false})$ (Codierung analog zu IEEE 754 *Single Precision*)	

8. *(10 Punkte)* Zeigen Sie durch Umformen, dass der nachfolgende Ausdruck eine Tautologie ist. Formen Sie den Ausdruck zunächst so um, dass nur noch die 3 Grundoperationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ enthalten sind und vereinfachen Sie anschließend soweit wie möglich.

$$(a \rightarrow b) \leftrightarrow (\neg b \rightarrow \neg a)$$

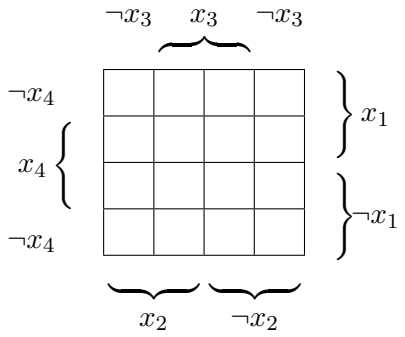
---

9. *(6 Punkte)* Kreuzen Sie die nachfolgenden Aussagen entsprechend an!
(richtige Antwort: +1 Punkt, falsche Antwort: -1 Punkt, keine Antwort: 0 Punkte)

Wahr	*Falsch*	
❍	❍	Die Boolesche Algebra kennt nur 3 Werte: 0, 1, NaN
❍	❍	$(\overline{X} \wedge \overline{Y}) \vee (X \wedge Y)$ ist eine Tautologie.
❍	❍	$\overline{X \wedge Y} = \overline{X} \wedge \overline{Y}$
❍	❍	$\overline{X \vee Y} = \overline{X} \vee \overline{Y}$
❍	❍	$X \wedge (X \wedge Y) = X$
❍	❍	$1 \wedge X$ ist eine Kontradiktion.

10. *(8 Punkte)* Gegeben ist die Wahrheitstabelle einer Booleschen Funktion $F(x_3, x_2, x_1, x_0)$. Ermitteln Sie mit dem unten vorgegebenen KV-Diagramm einen minimalen konjunktiven Funktionsausdruck für F.

x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	X
0	1	1	1	0
1	0	0	0	X
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	X
1	1	1	0	1
1	1	1	1	X



---

11. *(6 Punkte)* Die minimale disjunktive Form der Booleschen Funktion $f(a, b, c, d)$ ist $\neg b \vee c$.

(a) *(3 Punkte)* Aus *welchen* Volltermen besteht die (kanonische) KNF von f?

(b) *(3 Punkte)* Aus *wie vielen* Volltermen besteht die (kanonische) DNF von f?

12. *(6 Punkte)* Entwerfen Sie eine Boolesche Funktion $F(e_3, e_2, e_1, e_0)$ für die Folgendes gilt:

Das Bitmuster e_3, e_2, e_1, e_0 wird als Binärzahl $(e_3e_2e_1e_0)_2$ interpretiert. Die Funktion $F(e_3, e_2, e_1, e_0)$ ist dann 1, wenn die Binärzahl durch 4, 5, 6 oder 7 ohne Rest teilbar ist. In allen anderen Fällen sowie für die Muster $(0000)_2$ und $(1111)_2$ soll $F(e_3, e_2, e_1, e_0)$ gleich 0 sein.

Vervollständigen Sie die Wahrheitstabelle der Funktion F:

e_3	e_2	e_1	e_0	$F(e_3, e_2, e_1, e_0)$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **01.04.2014** 100 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

1	[8]	[ ]
2	[6]	[ ]
3	[8]	[ ]
4	[8]	[ ]
5	[10]	[ ]
6	[8]	[ ]
7	[8]	[ ]
8	[8]	[ ]
9	[10]	[ ]
10	[8]	[ ]
11	[8]	[ ]
12	[10]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(8 Punkte)* Gegeben ist folgende Zahl: $(0.69)_{10}$

   (a) Wandeln Sie die Zahl in eine Binärzahl mit 4 Nachkommastellen um, alle weiteren Nachkommastellen werden abgeschnitten (*truncate*)!

   (b) Berechnen Sie dezimal den **absoluten** Rundungsfehler, der durch die Rundung entsteht!

2. *(6 Punkte)* Gegeben sind die folgenden Binärzahlen:

$$A = (10101.01)_2$$
$$B = (101.1)_2$$

(a) Stellen Sie die Zahl A im Oktalsystem dar!

(b) Berechnen Sie binär: $A * B$

---

3. *(8 Punkte)* Zeigen Sie, dass in einem Stellenwertsystem zur Basis b ($b \geq 2$) gilt:

$$(x_5x_4x_3\ .\ x_2x_1)_b * (100)_b = (x_5x_4x_3x_2x_1)_b \qquad \text{für } x_i \text{ eine Ziffer } 0 \leq x_i < b,\ i \in \mathbb{N}$$

4. *(8 Punkte)* Die Zahlen Z_1 und Z_2 sind in einer Exzessdarstellung mit unbekanntem Exzess e codiert. Die Differenz $D = Z_1 - Z_2$ der beiden Zahlen ist in derselben Exzessdarstellung codiert.

   Berechnen Sie den Exzess e anhand der nachfolgenden binären Werte von Z_1, Z_2 und D. Geben Sie den Exzess e in binärer **<u>und</u>** in dezimaler Darstellung an!

$$\begin{aligned} Z_1 &= 01001000 \\ Z_2 &= 01001011 \\ D &= 00010111 \end{aligned}$$

---

5. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das in hexadezimaler Notation gegebene Bitmuster $(F3)_{16}$ als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen & Betrag	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(200)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 4, -6, 7, \mathit{true})$ Gleitpunktzahl mit implizitem ersten Bit	

6. *(8 Punkte)* Gegeben ist folgende im IEEE 754 *Single Precision*-Format codierte Gleitpunktzahl:

$$1\,1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0$$

Decodieren Sie diese Zahl und geben Sie ihren Wert als **<u>dezimale</u> Festpunktzahl** an!

---

7. *(8 Punkte)* Es gilt folgendes Gleitpunktformat: $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und impliziter Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

   Stellen Sie die Zahl $A = (2^{-19} + 2^{-21})_{10}$ in diesem Gleitpunktformat dar!

8. *(8 Punkte)* Ordnen Sie den folgenden Formeln ihre Bedeutung innerhalb des Gleitpunktzahlensystems $\mathbb{F}(b, p, e_{min}, e_{max}, true)$ zu. Tragen Sie dazu bei den Bedeutungen (a) bis (d) die jeweilige Nummer der zugehörigen Formel (① bis ④) ein!

① $1 + 2 * (b - 1) * b^{\,p-1} * (e_{max} - e_{min} + 1)$

② $2 * (b^{\,p-1} - 1)$

③ $b * (1 - b^{-p}) * b^{\,e_{max}}$

④ $b^{\,e_{min}-p+1}$

(a) Kleinste positive denormalisierte Zahl: ____

(b) Anzahl der normalisierten Zahlen: ____

(c) Größte darstellbare Zahl ($\neq \infty$): ____

(d) Anzahl der denormalisierten Zahlen: ____

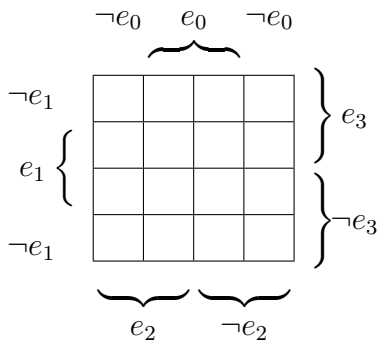
9. *(10 Punkte)* Entwerfen Sie eine Boolesche Funktion $F(e_3, e_2, e_1, e_0)$ für die Folgendes gilt:

Die Eingangswerte e_3, e_2, e_1 und e_0 werden als Binärzahl $(e_3e_2e_1e_0)_2$ **in Zweierkomplementdarstellung** interpretiert. Die Funktion $F(e_3, e_2, e_1, e_0)$ liefert den Wert logisch 1, wenn der Betrag der Zahl kleiner als 4 ist. Anderenfalls ist der Funktionswert logisch 0.

(a) Befüllen Sie die Wahrheitstabelle der Funktion F:

e_3	e_2	e_1	e_0	$F(e_3, e_2, e_1, e_0)$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

(b) Befüllen Sie anschließend das nachfolgende KV-Diagramm:



Hinweis: Die Funktion in minimaler Form ist hier **<u>nicht</u>** verlangt!

10. *(8 Punkte)* Gegeben ist das nachfolgende KV-Diagramm – für Notizen steht es zweimal zur Verfügung. Lesen Sie die Funktion einmal in minimaler disjunktiver Form (mdF) und einmal in minimaler konjunktiver Form (mkF) aus!

	$\neg d$	d	d	$\neg d$	
$\neg c$	1	X	0	1	a
c	X	0	0	0	a
c	1	1	0	0	$\neg a$
$\neg c$	1	0	X	1	$\neg a$
	b	b	$\neg b$	$\neg b$	

	$\neg d$	d	d	$\neg d$	
$\neg c$	1	X	0	1	a
c	X	0	0	0	a
c	1	1	0	0	$\neg a$
$\neg c$	1	0	X	1	$\neg a$
	b	b	$\neg b$	$\neg b$	

(a) Funktion in minimaler disjunktiver Form (mdF):

(b) Funktion in minimaler konjunktiver Form (mkF):

---

11. *(8 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich bei den nachfolgenden Mengen von Booleschen Funktionen um eine funktional vollständige Menge logischer Operationen handelt oder nicht – ein Beweis ist nicht erforderlich! *(richtige Antwort: +2 Punkte, falsche Antwort: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)*

	funktional vollständig	nicht funktional vollständig
$\{\leftrightarrow, 1\}$	❍	❍
$\{\vee, \rightarrow, \neg\}$	❍	❍
$\{\wedge, \text{NAND}\}$	❍	❍
$\{\oplus, \wedge, 1\}$	❍	❍

12. *(10 Punkte)* Gegeben ist der nachfolgende Boolesche Ausdruck. Bringen Sie diesen durch Umformen in **(kanonische) konjunktive <u>Normalform</u>** und kreuzen Sie anschließend an!

$$\overline{\overline{(\overline{(a \wedge b)} \vee c \vee \overline{d})} \vee \overline{(a \wedge \overline{b} \rightarrow \overline{d})}}$$

Hinweis: $\overline{(a \vee b)} = \neg(a \vee b)$

- ❍ $(\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \vee \overline{b} \vee c \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \vee \overline{b} \vee c \vee \overline{d}) \wedge (a \wedge b \vee \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \vee \overline{b} \vee c \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \vee \overline{b} \vee c \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee c \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (a \wedge b \wedge \overline{c} \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c} \wedge d)$
- ❍ $(\overline{a} \vee \overline{b} \vee c \vee \overline{d}) \wedge (a \vee b \vee c \vee \overline{d}) \wedge (a \vee b \vee \overline{c} \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee c \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee d)$
- ❍ andere Lösung:

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **31.10.2014** 100 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

1	[8]	[ ]
2	[6]	[ ]
3	[6]	[ ]
4	[8]	[ ]
5	[6]	[ ]
6	[10]	[ ]
7	[8]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[8]	[ ]
10	[8]	[ ]
11	[6]	[ ]
12	[6]	[ ]
13	[10]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(8 Punkte)* Zeigen Sie, dass in jedem Stellenwertsystem mit Basis b (mit $b \geq 2$) gilt:

$$(100)_b = (b^2)_{10}$$

2. *(6 Punkte)* Gegeben ist folgende Zahl: $(0.69)_{10}$

   (a) Wandeln Sie die Zahl in eine Binärzahl mit 3 Nachkommastellen um, alle weiteren Nachkommastellen werden abgeschnitten (= Rundung mittels *truncate*)!

   (b) Berechnen Sie dezimal den **relativen** Rundungsfehler, der durch die Rundung entsteht! *Hinweis:* Es reicht aus, das Ergebnis als Bruch anzuschreiben!

---

3. *(6 Punkte)* Gegeben sind die folgenden Binärzahlen:

$$A = (11011.01)_2$$
$$B = (101.1)_2$$

   (a) Stellen Sie die Zahl A im Hexadezimalsystem dar!

   (b) Berechnen Sie binär die Division A/B auf 2 Nachkommastellen, der Rest wird abgeschnitten!

4. *(8 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum gesamt: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Bei der Darstellung durch Vorzeichen und Betrag gilt die Ordnungsrelation nur innerhalb der positiven Zahlen.
❍	❍	Im Einerkomplement besitzt die Zahl 0 eine eindeutige Darstellung.
❍	❍	Im Zweierkomplement können positive und negative Zahlen am führenden Bit unterschieden werden.
❍	❍	Die Exzessdarstellung ist nicht ordnungserhaltend.

---

5. *(6 Punkte)* Gegeben sind die Zahlen Z_1 und Z_2. Die Zahlen sind in Exzessdarstellung mit dem asymmetrischen Exzess $e = (23)_{10}$ codiert.

Berechnen Sie **binär** die Differenz $Z_1 - Z_2$ dieser beiden Zahlen in Exzessdarstellung! Geben Sie das Ergebnis zusätzlich als decodierte Dezimalzahl an!

Hinweis: Ohne Rechenweg gibt es Punkteabzüge!

$$\begin{aligned} Z_1 &= 01001000 \\ Z_2 &= 01001111 \end{aligned}$$

Platz für Notizen:

6. *(10 Punkte)* Es gilt das in hexadezimaler Notation angeschriebene 7 Bit lange Bitmuster $(5A)_{16}$. Interpretieren Sie dieses Bitmuster als Zahl in den nachfolgenden Darstellungen und geben Sie jeweils den dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen und Betrag	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess $= (63)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Vorkomma- und 3 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 4, -2, 3, \mathit{false})$ analog zu IEEE 754 *Single Precision*	

Platz für Notizen:

7. *(8 Punkte)* Es gilt das Gleitpunkt-Zahlensystem $\mathbb{F}(2, 2, 0, +1, true)$. Abgesehen von der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut. Listen Sie alle **positiven** Zahlen, die durch dieses Format definiert sind, als uncodierte Dezimalzahlen auf! Geben Sie zudem die darstellbaren (positiven) Sonderwerte an!

---

8. *(10 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und impliziter Darstellung des ersten Bits. Abgesehen von der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut. Gegeben sind zwei in diesem Format codierte Gleitpunktzahlen A und B:

$$\begin{aligned} A &= 0\,00101\,1000110111 \\ B &= 1\,00101\,0000000000 \end{aligned}$$

Berechnen Sie binär $A * B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder in obigem Gleitpunktformat dar! Runden Sie mittels *round toward plus infinity* (= gerichtetes Aufrunden). Geben Sie die Werte von Guard- und Round-Digit sowie des Sticky-Bits direkt vor der Rundung an!

9. *(8 Punkte)* Es gilt das aus der Vorlesung bekannte IEEE 754 *Single Precision* Format.

(a) Geben Sie die Parameter dieses Gleitpunktformates an!

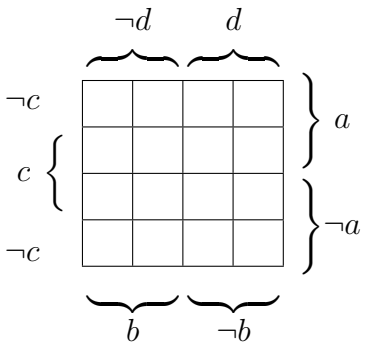
(b) Gegeben ist folgende in diesem Format codierte Zahl Z:

1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1

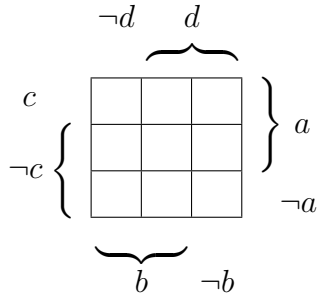
Dividieren Sie Z durch $(8)_{10}$ und stellen Sie das Resultat wieder als IEEE-Zahl dar!

Platz für Notizen:

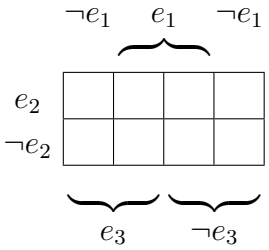
10. *(8 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich bei den nachfolgenden KV-Diagrammen um gültige KV-Diagramme handelt oder nicht!
(richtige Antwort: +2 Punkte, falsche Antwort: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)



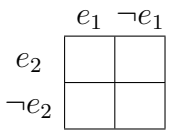
gültig ❍ ❍ ungültig



gültig ❍ ❍ ungültig



gültig ❍ ❍ ungültig



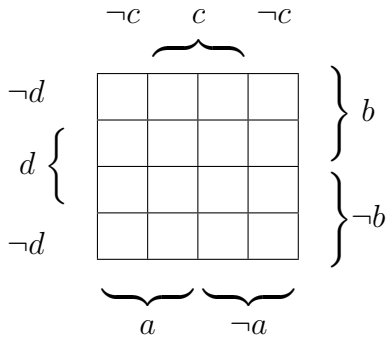
gültig ❍ ❍ ungültig

---

11. *(6 Punkte)* Gegeben ist der folgende Boolesche Ausdruck:

$$
\begin{array}{lllllllll}
(& \neg a & \wedge & \neg b & \wedge & \neg c & \wedge & \neg d &) \vee \\
(& & & & & \neg a & \wedge & d &) \vee \\
(& & & & & & & b &)
\end{array}
$$

Tragen Sie den Ausdruck in das abgebildete KV-Diagramm ein und lesen Sie die **minimale konjunktive** Form aus!



12. *(6 Punkte)* Stellen Sie für die nachfolgend beschriebene Boolesche Funktion $F(e_3, e_2, e_1, e_0)$ die Wahrheitstafel auf!

Die Eingangswerte e_3, e_2, e_1 und e_0 werden als Binärzahl $(e_3e_2e_1e_0)_2$ in **Zweierkomplementdarstellung** interpretiert. Je nach Wert der Zweierkomplementzahl Z ergeben sich für die Funktion F die folgenden Werte:

$$F(e_3, e_2, e_1, e_0) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad |Z| < 3 \\ X & \text{falls} \quad |Z| = 3 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

e_3	e_2	e_1	e_0	$F(e_3, e_2, e_1, e_0)$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

Hinweis: Ein KV-Diagramm oder die Funktion in minimaler Form sind hier **nicht** verlangt!

Platz für Notizen:

13. *(10 Punkte)* Gegeben ist der nachfolgende Boolesche Ausdruck. Bringen Sie diesen durch Umformen in **(kanonische) konjunktive <u>Normalform</u>** und kreuzen Sie anschließend an! Geben Sie Umformungsschritte an, Lösungen ohne Rechenweg werden mit 0 Punkten bewertet!

$$f(a,b,c,d) = \overline{\overline{(a \wedge \overline{b} \rightarrow d)} \vee \overline{\overline{(a \wedge \overline{b})}}}$$

Hinweis: $\overline{(a \vee b)} = \neg(a \vee b)$

- ❍ $(\overline{a} \vee b \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b)$
- ❍ $(\overline{a} \wedge b \wedge d) \vee (\overline{a} \wedge b)$
- ❍ $(\overline{a} \vee b \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{d})$
- ❍ $(a \vee d) \wedge (b \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b)$
- ❍ $(\overline{a} \vee b \vee c \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee d)$
- ❍ $(\overline{a} \vee b \vee c \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee c \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
- ❍ $(\overline{a} \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c} \wedge d) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge c \wedge \overline{d}) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c} \wedge \overline{d})$
- ❍ $(a \vee b \vee c \vee d) \wedge (a \vee \overline{b} \vee c \vee d) \wedge (a \vee b \vee \overline{c} \vee d) \wedge (a \vee \overline{b} \vee \overline{c} \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee c \vee d) \wedge$ $(\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee d) \wedge (\overline{a} \vee b \vee c \vee \overline{d}) \wedge (\overline{a} \vee b \vee \overline{c} \vee \overline{d})$
- ❍ andere Lösung:

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **27.03.2015** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[10]	[ ]
2	[12]	[ ]
3	[10]	[ ]
4	[10]	[ ]
5	[14]	[ ]
6	[10]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[8]	[ ]
10	[6]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Einerkomplementdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine Zahl < 0.
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.
❍	❍	Wenn das LSB einer Zahl in Zweierkomplementdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine ungerade Zahl.
❍	❍	Mit Zahlen in Zweierkomplementdarstellung kann man rechnen, als seien sie positive Zahlen. Das Ergebnis wird immer richtig sein (außer es kommt zu einem Über- oder Unterlauf).
❍	❍	Die Anzahl der in Einerkomplement und Zweierkomplement darstellbaren negativen Zahlen ist gleich groß (± 0 ausgenommen).

2. *(12 Punkte)* Es sind die folgenden Zahlen gegeben:

$$X = (2B.5)_{16}$$
$$Y = (4.8)_{16}$$

(a) Berechnen Sie $X * Y$ und geben Sie das Ergebnis **binär** an!

(b) Stellen Sie die Zahl $(-19.1)_{10}$ im Oktalsystem auf zwei Nachkommastellen genau dar! Runden Sie dabei mittels gerichteten Aufrundens (*round towards plus infinity*).

(c) Bei Rundung durch Abschneiden (*truncate*) werden alle reellen Zahlen aus einem Intervall $[a, b[\in \mathbb{R}$ auf dieselbe Binärzahl abgebildet. Geben Sie die **dezimalen** Werte a, b für das Intervall an, in dem die Zahl $(0.7)_{10}$ bei Rundung auf drei binäre Nachkommastellen liegt!

Platz für Notizen:

3. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das Bitmuster 101010 als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den **dezimalen** Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen und Betrag	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(40)_{10}$	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(63)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Vorkomma- und 2 Nachkommastellen	

Platz für Notizen:

4. *(10 Punkte)* Gegeben ist die folgende Zahl z im IEEE 754 *Single Precision* Format:

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(a) Decodieren Sie z und geben Sie den Wert als **dezimale Festpunktzahl** an!

(b) Dividieren Sie z durch $(-64)_{10}$ und stellen Sie das Resultat wieder im IEEE-Format dar!

Platz für Notizen:

5. *(14 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunkt-Zahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und implizitem ersten Bit. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision* Format aufgebaut. Gerundet wird mittels *round to nearest* in Kombination mit *round away from zero*.

   (a) Stellen Sie die Oktalzahl $A = (-0.07513)_8$ in diesem Gleitpunkt-Zahlensystem dar!

   (b) Berechnen Sie $B + C$ und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl in dem angegebenen Gleitpunkt-Zahlensystem dar!

$$\begin{aligned} B &= 1\,01010\,1111001100 \\ C &= 0\,01000\,0100101111 \end{aligned}$$

6. *(10 Punkte)* Gegeben ist ein Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 2, 0, 1, true)$, das analog zum IEEE 754 Standard eine implizite Darstellung des ersten Bits benutzt und Sonderwerte mit den speziellen Exponentenwerten $e_{min} - 1$ und $e_{max} + 1$ codiert.

   (a) Geben Sie den Exzess des Gleitpunktzahlensystem in binärer Form an!

   (b) Geben Sie die in diesem Gleitpunktzahlensystem einzigen zwei möglichen **Codierungen** für den symbolischen Sonderwert *Not a Number (NaN)* an!

   (c) Geben Sie eine Auflistung der **Codierungen** aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren normalisierten negativen Zahlen!

   (d) Geben Sie eine Auflistung der **Codierungen** aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren denormalisierten positiven Zahlen (inklusive +0)!

Platz für Notizen:

7. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Die Negation und die Identität sind einstellige Funktionen der Booleschen Algebra.
❍	❍	Eine Tautologie kann durch eine Boolesche Funktion mit beliebig vielen Variablen ausgedrückt werden.
❍	❍	Die Boolesche Algebra kennt die drei Wahrheitswerte 0, 1 und X.
❍	❍	Ein KV-Diagramm für drei Variablen, das nur 0 und X enthält, kann als Kontradiktion ausgelesen werden.
❍	❍	Eine Menge von Booleschen Operationen nennt man funktional vollständig, wenn man die Operationen $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ damit ausdrücken kann.

---

8. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Umformungen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

Hinweis: Bei $\oplus$ handelt es sich um XOR, bei $\equiv$ um die logische Äquivalenz.

gültig	ungültig	
❍	❍	$\neg a \rightarrow b = a \vee b$
❍	❍	$(a \vee b) \wedge c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$
❍	❍	$a \wedge (a \vee x) = x$
❍	❍	$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$
❍	❍	$\neg(a \oplus b) = \neg a \equiv \neg b$

9. *(8 Punkte)* Stellen Sie für die nachfolgend beschriebene Boolesche Funktion $F(e_2, e_1, e_0)$ die Wahrheitstafel auf und lesen Sie anschließend F in konjunktiver Normalform aus!

   Die Eingangswerte e_2, e_1 und e_0 werden als Binärzahl $(e_2e_1e_0)_2$ in **Exzessdarstellung** mit Exzess $(010)_2$ interpretiert. Je nach Wert der Exzess-codierten Zahl Z ergeben sich für die Funktion F die folgenden Werte:

$$F(e_2, e_1, e_0) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad Z < 0 \\ 1 & \text{falls} \quad Z > 0 \\ X & \text{sonst} \end{cases}$$

e_2	e_1	e_0	$F(e_2, e_1, e_0)$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

$F(e_2, e_1, e_0)$ in KNF:

---

10. *(6 Punkte)* Lesen Sie das nachfolgende KV-Diagramm in minimaler disjunktiver Form aus!

	$\neg b_0$	b_0	b_0	$\neg b_0$	
a_1	X	0	X	1	b_1
$\neg a_1$	0	0	0	0	b_1
$\neg a_1$	X	0	X	1	$\neg b_1$
a_1	1	1	1	1	$\neg b_1$
	$\neg a_0$	$\neg a_0$	a_0	a_0	

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **27.03.2015** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[10]	[ ]
2	[12]	[ ]
3	[10]	[ ]
4	[10]	[ ]
5	[14]	[ ]
6	[10]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[8]	[ ]
10	[6]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Einerkomplementdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine Zahl < 0.
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.
❍	❍	Wenn das LSB einer Zahl in Zweierkomplementdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine ungerade Zahl.
❍	❍	Mit Zahlen in Zweierkomplementdarstellung kann man rechnen, als seien sie positive Zahlen. Das Ergebnis wird immer richtig sein (außer es kommt zu einem Über- oder Unterlauf).
❍	❍	Die Anzahl der in Einerkomplement und Zweierkomplement darstellbaren negativen Zahlen ist gleich groß (± 0 ausgenommen).

2. *(12 Punkte)* Es sind die folgenden Zahlen gegeben:

$$X = (2B.5)_{16}$$
$$Y = (4.8)_{16}$$

(a) Berechnen Sie $X * Y$ und geben Sie das Ergebnis **binär** an!

(b) Stellen Sie die Zahl $(-19.1)_{10}$ im Oktalsystem auf zwei Nachkommastellen genau dar! Runden Sie dabei mittels gerichteten Aufrundens (*round towards plus infinity*).

(c) Bei Rundung durch Abschneiden (*truncate*) werden alle reellen Zahlen aus einem Intervall $[a, b[\in \mathbb{R}$ auf dieselbe Binärzahl abgebildet. Geben Sie die **dezimalen** Werte a, b für das Intervall an, in dem die Zahl $(0.7)_{10}$ bei Rundung auf drei binäre Nachkommastellen liegt!

Platz für Notizen:

3. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das Bitmuster 101010 als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den **dezimalen** Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen und Betrag	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(40)_{10}$	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(63)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Vorkomma- und 2 Nachkommastellen	

Platz für Notizen:

4. *(10 Punkte)* Gegeben ist die folgende Zahl z im IEEE 754 *Single Precision* Format:

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(a) Decodieren Sie z und geben Sie den Wert als **dezimale Festpunktzahl** an!

(b) Dividieren Sie z durch $(-64)_{10}$ und stellen Sie das Resultat wieder im IEEE-Format dar!

Platz für Notizen:

5. *(14 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunkt-Zahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und implizitem ersten Bit. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision* Format aufgebaut. Gerundet wird mittels *round to nearest* in Kombination mit *round away from zero*.

   (a) Stellen Sie die Oktalzahl $A = (-0.07513)_8$ in diesem Gleitpunkt-Zahlensystem dar!

   (b) Berechnen Sie $B + C$ und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl in dem angegebenen Gleitpunkt-Zahlensystem dar!

$$\begin{aligned} B &= 1\,01010\,1111001100 \\ C &= 0\,01000\,0100101111 \end{aligned}$$

6. *(10 Punkte)* Gegeben ist ein Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 2, 0, 1, true)$, das analog zum IEEE 754 Standard eine implizite Darstellung des ersten Bits benutzt und Sonderwerte mit den speziellen Exponentenwerten $e_{min} - 1$ und $e_{max} + 1$ codiert.

   (a) Geben Sie den Exzess des Gleitpunktzahlensystem in binärer Form an!

   (b) Geben Sie die in diesem Gleitpunktzahlensystem einzigen zwei möglichen **Codierungen** für den symbolischen Sonderwert *Not a Number (NaN)* an!

   (c) Geben Sie eine Auflistung der **Codierungen** aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren normalisierten negativen Zahlen!

   (d) Geben Sie eine Auflistung der **Codierungen** aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren denormalisierten positiven Zahlen (inklusive +0)!

Platz für Notizen:

7. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Die Negation und die Identität sind einstellige Funktionen der Booleschen Algebra.
❍	❍	Eine Tautologie kann durch eine Boolesche Funktion mit beliebig vielen Variablen ausgedrückt werden.
❍	❍	Die Boolesche Algebra kennt die drei Wahrheitswerte 0, 1 und X.
❍	❍	Ein KV-Diagramm für drei Variablen, das nur 0 und X enthält, kann als Kontradiktion ausgelesen werden.
❍	❍	Eine Menge von Booleschen Operationen nennt man funktional vollständig, wenn man die Operationen $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ damit ausdrücken kann.

---

8. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Umformungen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

Hinweis: Bei $\oplus$ handelt es sich um XOR, bei $\equiv$ um die logische Äquivalenz.

gültig	ungültig	
❍	❍	$\neg a \rightarrow b = a \vee b$
❍	❍	$(a \vee b) \wedge c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$
❍	❍	$a \wedge (a \vee x) = x$
❍	❍	$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$
❍	❍	$\neg(a \oplus b) = \neg a \equiv \neg b$

9. *(8 Punkte)* Stellen Sie für die nachfolgend beschriebene Boolesche Funktion $F(e_2, e_1, e_0)$ die Wahrheitstafel auf und lesen Sie anschließend F in konjunktiver Normalform aus!

   Die Eingangswerte e_2, e_1 und e_0 werden als Binärzahl $(e_2e_1e_0)_2$ in **Exzessdarstellung** mit Exzess $(010)_2$ interpretiert. Je nach Wert der Exzess-codierten Zahl Z ergeben sich für die Funktion F die folgenden Werte:

$$F(e_2, e_1, e_0) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad Z < 0 \\ 1 & \text{falls} \quad Z > 0 \\ X & \text{sonst} \end{cases}$$

e_2	e_1	e_0	$F(e_2, e_1, e_0)$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

$F(e_2, e_1, e_0)$ in KNF:

---

10. *(6 Punkte)* Lesen Sie das nachfolgende KV-Diagramm in minimaler disjunktiver Form aus!

	$\neg b_0$	b_0	b_0	$\neg b_0$	
a_1	X	0	X	1	b_1
$\neg a_1$	0	0	0	0	b_1
$\neg a_1$	X	0	X	1	$\neg b_1$
a_1	1	1	1	1	$\neg b_1$
	$\neg a_0$	$\neg a_0$	a_0	a_0	

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **08.04.2016** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[6]	[ ]
2	[12]	[ ]
3	[10]	[ ]
4	[10]	[ ]
5	[14]	[ ]
6	[10]	[ ]
7	[8]	[ ]
8	[8]	[ ]
9	[12]	[ ]
10	[10]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(6 Punkte)* Die Zahl $Z = (11010110)_2$ ist in einer Exzessdarstellung mit Exzess e codiert. Der decodierte dezimale Wert der Zahl Z beträgt $(21)_{10}$.
   Berechnen Sie den Exzess e und geben Sie diesen binär **und** dezimal an!

2. *(12 Punkte)* Es sind die folgenden Zahlen gegeben:

$$X = (54.7)_8$$
$$Y = (4.2)_8$$

(a) Berechnen Sie $X * Y$ in einem beliebigen Zahlensystem. Geben Sie das Ergebnis **binär** an!

(b) Stellen Sie die Zahl $(-19.1)_{10}$ im Hexadezimalsystem auf zwei Nachkommastellen genau dar! Runden Sie dabei mittels gerichteten Abrundens (*round towards minus infinity*).

(c) Bei Rundung durch Abschneiden (*truncate*) werden alle reellen Zahlen aus einem Intervall $[a, b[\in \mathbb{R}$ auf dieselbe Binärzahl abgebildet. Geben Sie die **dezimalen** Werte a, b für das Intervall an, in dem die Zahl $(0.2)_{10}$ bei Rundung auf drei binäre Nachkommastellen liegt!

Notizen:

3. *(10 Punkte)* Interpretieren Sie das Bitmuster $(11110010)_2$ als Zahl in den angegebenen Darstellungen und geben Sie jeweils den dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Einerkomplement	
Zweierkomplement	
Exzessdarstellung mit Exzess = $(201)_{10}$	
Festpunktzahl mit 3 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 5, -3, 2, \mathit{true})$ analog zu IEEE 754 *Single Precision*	

Notizen:

4. *(10 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und impliziter Darstellung des ersten Bits. Abgesehen von der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut. Stellen Sie Zahlen A und B in diesem Gleitpunktformat dar! Tragen Sie Ihre Lösung jeweils in das vorgebene Raster ein.

(a) $A = (-9)_{10}$

(b) $B = (+2^{15})_{10}$

5. *(14 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und impliziter Darstellung des ersten Bits. Abgesehen von der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut. Gegeben sind die folgenden, bereits in diesem System codierten Zahlen:

$$\begin{aligned} A &= 1\ 11010\ 1111011100 \\ B &= 0\ 11000\ 1010110001 \\ C &= 0\ 00001\ 0100000000 \end{aligned}$$

Führen Sie die nachfolgenden Berechnungen binär durch! Runden Sie mittels *round to nearest* in Komination mit *round away from zero* und tragen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl im vorgegebenen Raster ein.

(a) $A + B$

(b) $A * C$

6. *(10 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Im IEEE 754 *Single Precision*-Format können alle rationalen Zahlen im Intervall $[-1; +1]$ exakt dargestellt werden.
❍	❍	Beim Rechnen mit Gleitpunktzahlen der IEEE 754-Zahlensysteme gilt Assoziativität.
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.
❍	❍	Im Zweierkomplement sind mit m Bits genau 2^m verschiedene Zahlen darstellbar.
❍	❍	Im Einerkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei Darstellungen.

---

7. *(8 Punkte)* Gegeben ist der Code X:

$$X = \{100110,\ 111111,\ 000000,\ 011001\}$$

(a) Welche Hamming-Distanz d besitzt dieser Code?

(b) Welche Aussagen treffen auf Code X zu?
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Der Code ist linear.
❍	❍	Durch Hinzufügen eines Paritätsbits (*even parity* / gerade Parität) erhöht sich die Hamming-Distanz des Codes.
❍	❍	Der Code ist kein Blockcode.

Notizen:

8. *(8 Punkte)* Gegeben ist der folgende EAN-13-Barcode:

(a) Berechnen Sie die implizite Ziffer z_1! Beachten Sie, dass die Prüfgleichung jedenfalls erfüllt sein muss: $z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + z_5 + 3z_6 + z_7 + 3z_8 + z_9 + 3z_{10} + z_{11} + 3z_{12} + p \equiv 0 \; mod \; 10$

(b) Ein EAN-13-Barcode besteht aus 95 gleich breiten Bereichen (= Bits), wobei jeder Bereich schwarz (= 1) oder weiß (= 0) sein kann. Die Randsymbole sind 3 Bit breit, das Trennsymbol in der Mitte 5 Bit.
<u>Berechnen</u> Sie, mit wie vielen Bits beim EAN-13-Barcode eine Ziffer codiert wird!

Notizen:

9. *(12 Punkte)* Bei einer mittels Polynomcodierung gesichterten Übertragung wird das Codewort '01010110100' empfangen. Das Generator-Polynom sei: $G(x) = x^4 + x^2 + x$

   (a) Geben Sie den Grad r des Generator-Polynoms an!

   (b) Ist bei der Übertragung eine erkennbare Störung aufgetreten? Führen Sie zur Überprüfung die Polynomdivision durch und begründen Sie!

   (c) Wie viele Bits ist ein decodiertes Datenwort lang?

   (d) Welche Fehler können bei der verwendeten Polynomcodierung nicht erkannt werden?

Notizen:

10. *(10 Punkte)* Es gilt der aus der Vorlesung bekannte Hamming-Code mit 7 Bit Codewortlänge.

(a) Codieren Sie das Datenwort ‘1010’!

(b) Sie empfangen das Codewort ‘0011000’. Wie lautet das decodierte Datenwort? Korrigieren Sie das Datenwort gegebenfalls unter der Annahme, dass nur ein Bit gestört wurde!

(c) Wie können mit dem Hamming-Code sogenannte *Fehlerbündel* erkannt werden?

Notizen:

Technische Grundlagen der Informatik			Test 1 04.11.2016 90 Minuten Gruppe A
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[7]	[ ]
2	[10]	[ ]
3	[7]	[ ]
4	[8]	[ ]
5	[13]	[ ]
6	[14]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[12]	[ ]
9	[10]	[ ]
10	[9]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(7 Punkte)* Von der Zahl Y ist die Darstellung in einem unbekannten Zahlensystem mit Basis b ($b > 1$) gegeben. Zusätzlich ist der Wert der Zahl Y im Hexadezimalsystem bekannt.

$$Y = (15)_{16} = (41)_b$$

(a) Berechnen Sie die Basis b. Geben Sie Ihren Rechengang an!

(b) Wandeln Sie die Hexadezimaldarstellung von Y direkt in die Binärdarstellung um!

2. *(10 Punkte)* Gegeben ist die 12 Bit lange Zahl Z in oktaler Notation: $Z = (1726)_8$

(a) Wandeln Sie die Zahl Z in die binäre Darstellung um!

(b) Interpretieren Sie die Bitfolge '11101010' als codierte Zahl in der jeweils angegebenen Darstellung. Geben Sie den entsprechenden dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Exzessdarstellung mit Exzess $e = (64)_{10}$	
Zweierkomplement	
Festpunktzahl mit 4 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 5, -2, 3, \mathit{true})$ analog zu IEEE 754 *Single Precision*	

Notizen:

3. *(7 Punkte)* Die Zahl $Z = (10011001)_2$ ist in einer Exzessdarstellung mit Exzess e codiert. Der decodierte dezimale Wert der Zahl Z beträgt $(-31)_{10}$.
   Berechnen Sie den Exzess e und geben Sie diesen binär **<u>und</u>** dezimal an!

4. *(8 Punkte)* Stellen Sie die gegebene dezimale Festpunktzahl im IEEE 754 *Single Precision*-Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen, und geben Sie Ihren Rechenweg an!

$$X = (2^4 + 2^3 + 2^{-2})_{10}$$

5. *(13 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und **impliziter** Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

   Gegeben sind zwei Zahlen X und Y:

$$X = (-15,625)_{10}$$
$$Y = (-1,03D)_{16}$$

   (a) Wandeln Sie die Zahlen X und Y in das vorgegebene Gleitpunktformat um. Geben Sie den Rechenweg an und runden Sie gegebenenfalls mittels *truncate*!

   (b) Berechnen Sie binär $A + B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im gegebenen Format dar! Runden Sie dabei mittels *round to nearest* und bei $x = \hat{x}$ mit *round to even*. Geben Sie die Werte von Guard- und Round-Digit sowie des Sticky-Bits an!

$$A = (1\,10011\,1110110000)_2$$
$$B = (1\,10000\,0101011111)_2$$

6. *(14 Punkte)* Kreuzen Sie an, ob es sich um gültige oder ungültige Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

gültig	ungültig	
❍	❍	Im IEEE 754 *Single Precision*-Format können alle rationalen Zahlen im Intervall $[-1; +1]$ exakt dargestellt werden.
❍	❍	Beim Rechnen mit Gleitpunktzahlen der IEEE 754-Zahlensysteme gilt Assoziativität.
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.
❍	❍	Im Zweierkomplement sind mit m Bits genau 2^m verschiedene Zahlen darstellbar.
❍	❍	Im Einerkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei Darstellungen.

Stellen Sie die gegebenen Sonderfälle des IEEE 754 Single Precision-Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein!

(a) $-\infty$

(b) NaN

Notizen:

7. *(10 Punkte)* Gegeben ist der folgende beschädigte EAN-13 Barcode, dessen schadhafte Stelle mit einem schwarzen Balken überdeckt ist:

(a) Kennzeichnen Sie die implizite Ziffer und die Prüfziffer des gegebenen EAN-13 Barcodes!

(b) Ermitteln Sie mittels Prüfgleichung den Wert der beschädigten und somit unbekannten Stelle!

$$z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + z_5 + 3z_6 + z_7 + 3z_8 + z_9 + 3z_{10} + z_{11} + 3z_{12} + p \equiv 0 \ mod \ 10$$

(c) Ein EAN-13-Barcode besteht aus 95 gleich breiten Bereichen (= Bits), wobei jeder Bereich schwarz (= 1) oder weiß (= 0) sein kann. Die Randsymbole sind 3 Bit breit, das Trennsymbol in der Mitte 5 Bit.
Berechnen Sie, mit wie vielen Bits beim EAN-13-Barcode eine Ziffer codiert wird!

Notizen:

8. *(12 Punkte)* Bei einer mittels Polynomcodierung gesicherten Übertragung wird das Codewort '01100011100' empfangen. Das Generator-Polynom sei: $G(x) = x^3 + x^2 + 1$

   (a) Geben Sie den Grad r des Generator-Polynoms an!

   (b) Ist bei der Übertragung eine erkennbare Störung aufgetreten? Führen Sie zur Überprüfung die Polynomdivision durch und begründen Sie!

   (c) Das Datenwort '011101' soll mittels obiger Polynomcodierung codiert werden. Berechnen Sie das codierte Wort und geben Sie dieses in binärer Darstellung an!

9. *(10 Punkte)* Gegeben sei ein Hamming-Code mit 12 Bit Codewortlänge.

(a) An welchen Stellen liegen die Daten- und Prüfbits im Codewort? Tragen Sie in nachfolgender Tabelle unterhalb des jeweiligen Codebits c_i ein, ob es sich um ein Datenbit d_j oder ein Prüfbit p_k handelt! Die ersten drei Felder sind bereits vorausgefüllt.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}
p_1	p_2	d_1									

(b) Wie lautet die Prüfgleichung für p_3?

(c) Angenommen, Sie empfangen das Codewort '011100100010'. Die empfangenen Prüfbits an den Stellen c_1 und c_8 stimmen nicht mit den neu berechneten Prüfwerten überein. Welches Bit im Codewort wurde während der Übertragung gestört?
(Unter der Annahme, dass nur ein Bit gestört wurde.)

(d) Lesen Sie aus Teilaufgabe c) das korrigierte **Daten**wort aus!

Platz für Notizen:

10. *(9 Punkte)* Gegeben sei ein zyklischer Code C, der das Codewort '101' enthält.

(a) Aus welchen Codewörtern besteht dieser Code zumindest? Listen Sie die Codewörter auf!

(b) Welche Aussagen treffen auf den nachfolgend gegebenen Code X zu?
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)

X={'0101','1111,'0000','1010'}

gültig	ungültig	
❍	❍	Durch Hinzufügen eines Paritätsbits (gerade Parität) erhöht sich die Hamming-Distanz dieses Codes.
❍	❍	Für jedes Codewort $(x_0x_1x_2x_3) \in X$ gilt $(x_2x_3x_0x_1) \in X$.
❍	❍	Der Code ist kein linearer Blockcode.

Platz für Notizen:

Technische Grundlagen der Informatik			**Test 1** **24.03.2017** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Verwenden Sie keinen Tipp-Ex oder dergleichen. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen. Dies inkludiert Bücher, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Smartphones, Taschenrechner etc.

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[7]	[ ]
2	[10]	[ ]
3	[7]	[ ]
4	[8]	[ ]
5	[13]	[ ]
6	[14]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[12]	[ ]
10	[9]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(7 Punkte)* Eine Zahl z heißt symmetrisch im Zahlensystem zur Basis b, wenn ihre Darstellung im jeweiligen Zahlensystem von vorne und hinten gelesen dieselbe Ziffernfolge ergibt.

   Beispiele: $(66)_{10}$, $(313)_{10}$, $(1001)_2$, $(33)_8$.

   Beachten Sie, dass führende Nullen nicht berücksichtigt werden; $(0110)_2$ ist daher nicht symmetrisch!

   (a) Können Zahlen die im Zehnersystem gerade sind im Binärsystem symmetrisch sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

   (b) Finden Sie alle Zahlen $(9)_{10} < z < (100)_{10}$ (zweistellige Zahlen im Zehnersystem), sodass z sowohl im Zehner- als auch im Binärsystem symmetrisch ist.

2. *(10 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben:

(a) Gegeben ist die 12 Bit lange Zahl z in oktaler Notation: $z = (2162)_8$
Wandeln Sie die Zahl z in die dezimale Darstellung um!

(b) Interpretieren Sie die Bitfolge '11111000' als codierte Zahl in der jeweils angegebenen Darstellung. Geben Sie den entsprechenden dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Exzessdarstellung mit Exzess $e = (64)_{10}$	
Zweierkomplement	
Festpunktzahl mit 4 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 5, -2, 3, \mathit{true})$ analog zu IEEE 754 *Single Precision*	

Notizen:

3. *(7 Punkte)* Die Zahl $Z = (00011100)_2$ ist in einer Exzessdarstellung mit Exzess e codiert. Der decodierte dezimale Wert der Zahl Z beträgt $(-14)_{10}$.
   Berechnen Sie den Exzess e und geben Sie diesen binär **<u>und</u>** dezimal an!

4. *(8 Punkte)* Stellen Sie die gegebene dezimale Festpunktzahl im IEEE 754 *Single Precision*-Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen, und geben Sie Ihren Rechenweg an!

$$X = -(2^6 + 2^2 + 2^{-2})_{10}$$

5. *(13 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und **impliziter** Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

   Gegeben sind zwei Zahlen X und Y:

$$X = (26,4307)_8$$
$$Y = (-A,30B)_{16}$$

   (a) Wandeln Sie die Zahlen X und Y in das vorgegebene Gleitpunktformat um. Geben Sie den Rechenweg an und runden Sie gegebenenfalls mittels *truncate*!

   (b) Berechnen Sie binär $A + B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im gegebenen Format dar! Runden Sie dabei mittels *round to nearest* und bei $x = \hat{x}$ mit *round to even*. Geben Sie die Werte von Guard- und Round-Digit sowie des Sticky-Bits an!

$$A = (1\,10101\,0110101100)_2$$
$$B = (1\,10001\,1001001001)_2$$

6. *(14 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben:

(a) Kreuzen Sie an, ob es sich um wahre oder falsche Aussagen handelt!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

wahr	falsch	
❍	❍	Im IEEE 754 *Single Precision*–Format können nicht alle rationalen Zahlen im Intervall $[-1; +1]$ exakt dargestellt werden.
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.
❍	❍	Im Einerkomplement sind mit m Bits genau $2^m + 1$ verschiedene Zahlen darstellbar.
❍	❍	Im Einerkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei Darstellungen.
❍	❍	Beim Rechnen mit Gleitpunktzahlen der IEEE 754–Zahlensysteme gilt Assoziativität.
❍	❍	Bei der Einerkomplementdarstellung gilt die Ordnungsrelation getrennt innerhalb der positiven und negativen Zahlen.

(b) Stellen Sie den gegebenen Sonderfall des IEEE 754 Single Precision–Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung vollständig in dem vorgedruckten Raster ein!

$-\infty$

Notizen:

7. *(10 Punkte)* Gegeben ist der folgende beschädigte EAN-13 Barcode, dessen schadhafte Stelle mit einem schwarzen Balken überdeckt ist:

(a) Kennzeichnen Sie die implizite Ziffer und die Prüfziffer des gegebenen EAN-13 Barcodes!

(b) Ermitteln Sie mittels Prüfgleichung den Wert der beschädigten und somit unbekannten Stelle!

$$z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + z_5 + 3z_6 + z_7 + 3z_8 + z_9 + 3z_{10} + z_{11} + 3z_{12} + p \equiv 0 \ mod \ 10$$

(c) Ein EAN-13-Barcode besteht aus 95 gleich breiten Bereichen (= Bits), wobei jeder Bereich schwarz (= 1) oder weiß (= 0) sein kann. Die Randsymbole sind 3 Bit breit, das Trennsymbol in der Mitte 5 Bit.
Berechnen Sie, mit wie vielen Bits beim EAN-13-Barcode eine Ziffer codiert wird!

Notizen:

8. *(10 Punkte)* Bei einer mittels Polynomcodierung gesicherten Übertragung wird das Codewort '101101110100' empfangen. Das Generator-Polynom sei: $G(x) = x^4 + x^2 + x$

   (a) Ist bei der Übertragung eine erkennbare Störung aufgetreten? Führen Sie zur Überprüfung die Polynomdivision durch und begründen Sie! Geben Sie den Grad r des Generator-Polynoms an!

   (b) Beschreiben Sie <u>kurz</u> die Schritte, die zur Decodierung eines empfangenen Polynoms $T(x)$ notwendig sind! Woran erkennt man, dass ein Übertragungsfehler aufgetreten ist?

9. *(12 Punkte)* Gegeben sei ein Hamming-Code.

(a) Welche Länge in Bit können die **Code**wörter des Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 3 Prüfbit p_1, p_2, p_3 besitzt?

(b) Welche Länge in Bit können die **Daten**wörter dieses Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 4 Prüfbit p_1, p_2, p_3, p_4 besitzt?

(c) Berechnen Sie das 7 Bit lange Codewort zum Datenwort 1010 !

(d) Angenommen, Sie empfangen das Codewort '0011010'. Überprüfen Sie das Codewort auf möglicherweise bei der Übertragung aufgetretene Fehler und geben Sie gegebenenfalls das korrigierte **Code**wort an!

Platz für Notizen:

10. *(9 Punkte)* Gegeben ist ein Code C, bestehend aus folgenden Codewörtern:

$$C = \{0000,\ 1100,\ 0011,\ 1111\}$$

(a) Welche Hamming-Distanz d hat der Code C ? Begründen Sie Ihre Antwort!

(b) Fügen Sie jedem Codewort aus C ein Paritätsbit (gerade Parität) hinzu. Welche Hamming-Distanz besitzt der resultierende Code D?

(c) Kreuzen Sie an, ob die nachfolgenden Aussagen auf den gegebenen Code C zutreffen!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)

trifft zu	trifft nicht zu	
❍	❍	Der Code ist zyklisch.
❍	❍	Der Code ist linear.
❍	❍	Der Code ist ein Blockcode.

Platz für Notizen:

Grundlagen digitaler Systeme			**Test 1** **03.11.2017** 100 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Verwenden Sie keinen Tipp-Ex oder dergleichen. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben den **Lösungsweg** an!

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen. Dies inkludiert Bücher, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Smartphones, Taschenrechner etc.

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[7]	[ ]
2	[10]	[ ]
3	[7]	[ ]
4	[8]	[ ]
5	[15]	[ ]
6	[14]	[ ]
7	[8]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[12]	[ ]
10	[9]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(7 Punkte)* Gegeben ist die Zahl $(245.43)_6$.

   (a) Stellen Sie diese Zahl als normalisierte Binärzahl dar.

   (b) Runden Sie diese Zahl mittels *round to nearest/round away from zero* auf 5 Nachkommastellen.

   (c) Geben Sie den absoluten Rundungsfehler binär an.

2. *(10 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben:

(a) Gegeben ist die Zahl z in ternärer Notation: $z = (21211)_3$
Wandeln Sie die Zahl z in die dezimale Darstellung um.

(b) Interpretieren Sie die Bitfolge '11100' als codierte Zahl in der jeweils angegebenen Darstellung und geben Sie den entsprechenden dezimalen Wert an.

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Exzessdarstellung mit Exzess $e = (3)_{16}$	
Zweierkomplement	
Festpunktzahl mit 3 Nachkommastellen	
Einerkomplement	

3. *(7 Punkte)* Die Zahl $Z = (A5)_{16}$ soll in Exzessdarstellung codiert werden. Der Exzess beträgt $(22)_{16}$. Geben Sie die Zahl Z in Exzessdarstellung sowohl hexadezimal als auch binär an.

$$Z_e = \Big(\qquad\qquad\Big)_{16} = \Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\Big)_2$$

4. *(8 Punkte)* Stellen Sie die gegebene dezimale Festpunktzahl im IEEE 754 *Single Precision*-Format dar. Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen, und geben Sie Ihren Rechenweg an.

$$X = (2^6 + 2^0 + 2^{-2})_{10}$$

5. *(15 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, \text{true})$ mit Formatbreite 16 Bit und **impliziter** Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

   (a) Wandeln Sie die Zahlen X und Y in das vorgegebene Gleitpunktformat um. Geben Sie den Rechenweg an und runden Sie gegebenenfalls mittels *truncate*.

$$X = (34.710)_8$$
$$Y = (-0.3AF)_{16}$$

   (b) Berechnen Sie binär $A + B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im gegebenen Format dar. Runden Sie dabei mittels *round to nearest* und bei $x = \hat{x}$ mit *round to odd*. Geben Sie die Werte von Guard- und Round-Digit sowie des Sticky-Bits an.

$$A = (0\,01101\,1010011101)_2$$
$$B = (0\,10000\,0101101011)_2$$

(c) Die Zahl $(4.7)_8$ wird im Gleitpunktformat $\mathbb{G} = (b, p, e_{\min}, e_{\max}, \text{false})$ als binäre Bitfolge '00100001110' exakt (ohne Rundung) codiert. $\mathbb{G}$ verwendet ein implizites erstes Mantissenbit und kann keine denomalisierten Zahlen darstellen.

Geben Sie die aus der Vorlesung bekannten Parameter b (Basis), p (Mantissenlänge), $e_{\min}$ (kleinster Exponent) und $e_{\max}$ (größter Exponent) für dieses Gleitpunktformat an.

Hinweise: Der Exponent ist in Exzessdarstellung. Überlegen Sie wieviele Bits für den Exponenten verwendet wurden. Die Darstellung von $\mathbb{G}$ ist bis auf den asymetrischen Exzess analog zu IEEE 754.

$b =$

$p =$

$e_{\min} =$

$e_{\max} =$

6. *(14 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben:

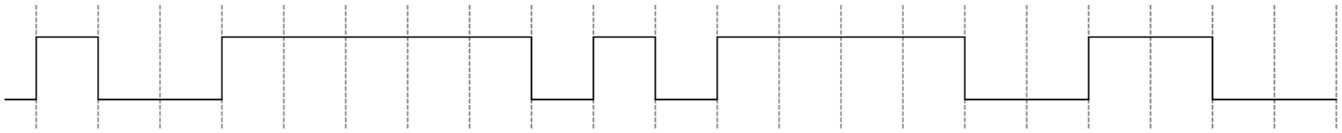
(a) Kreuzen Sie an, ob es sich um wahre oder falsche Aussagen handelt.
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

wahr	falsch	
❍	❍	Im IEEE 754 *Single Precision*–Format ist die Anzahl der exakt darstellbaren Zahlen im Intervall $[1, 2]$ dieselbe wie im Intervall $[2, 4]$.
❍	❍	Wenn das MSB einer Zahl in Exzessdarstellung 1 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.
❍	❍	Im Einerkomplement sind mit m Bits genau $2^m + 1$ verschiedene Zahlen darstellbar.
❍	❍	Im Einerkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei Darstellungen.
❍	❍	Beim Rechnen mit Gleitpunktzahlen der IEEE 754–Zahlensysteme gilt Assoziativität.
❍	❍	Bei der Einerkomplementdarstellung gilt die Ordnungsrelation getrennt innerhalb der positiven und negativen Zahlen.

(b) Stellen Sie den gegebenen Sonderfall des IEEE 754 Single Precision–Format dar. Tragen Sie Ihre Lösung vollständig in dem vorgedruckten Raster ein.

$-\infty$

7. *(8 Punkte)* Sie empfangen folgendes mittels NRZ-L Leitungscode übermittelte Signal:



Hinweis: NRZ-L codiert 1 mit "high" und 0 mit "low"

(a) Welche Bitfolge wurde übertragen?

(b) Leiten Sie die Bitfolge nun mittels NRZ-S Leitungscode weiter.

Hinweis: NRZ-S bewirkt einen Pegelwechsel bei 0

8. *(10 Punkte)* Nachrichten sollen mittels Polynomcodierung abgesichert werden. Dazu wird das Generatorpolynom $G(x) = (x^5 + x^4 + 1)$ verwendet. Es soll die Nachricht '1111100' abgesichert werden.

   (a) Wie viele Bits hat das zu übertragende Codewort?

   (b) Berechnen Sie den Sicherungsanhang und geben Sie diesen als Bits an.

   (c) Wie kann bei einem empfangenen Codewort festgestellt werden, ob ein Fehler in der Übertragung aufgetreten ist?

9. *(12 Punkte)* Gegeben sei ein Hamming-Code.

(a) Welche Länge in Bit können die **Code**wörter des Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 3 Prüfbits p_1, p_2, p_3 besitzt?

(b) Welche Länge in Bit können die **Daten**wörter dieses Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 4 Prüfbits p_1, p_2, p_3, p_4 besitzt?

(c) Berechnen Sie das 7 Bit lange Codewort zum Datenwort '1100'.

(d) Angenommen, Sie empfangen das Codewort '1101110'. Überprüfen Sie das Codewort auf möglicherweise bei der Übertragung aufgetretene Fehler und geben Sie gegebenenfalls das korrigierte **Code**wort an.

10. *(9 Punkte)* Gegeben ist ein Code C, bestehend aus folgenden Codewörtern:

$$C = \{0000,\ 1111,\ 1100\}$$

(a) Welche Hamming-Distanz d hat der Code C ? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Fügen Sie jedem Codewort aus C ein Paritätsbit (gerade Parität) hinzu. Welche Hamming-Distanz besitzt der resultierende Code D?

(c) Fügen Sie dem Code C jene Codewörter hinzu, die mindestens enthalten sein müssen, damit der Code zyklisch ist. Geben Sie diese zusätzlichen Codewörter an.

(d) Wenn Sie bei Ihren Code aus (c) jedem Codewort ein Paritätsbit (gerade Parität) anfügen, ist der resultierende Code dann immer noch zyklisch?

Grundlagen Digitaler Systeme			Test 1 **23.03.2018** 90 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben. Die Unterschrift bestätigt, dass Sie folgenden Text gelesen haben.

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Verwenden Sie keine Korrekturhilfsmittel. Streichen Sie Passagen, die nicht gewertet werden sollen, deutlich durch.

Unleserliche Antworten werden nicht gewertet.

Geben Sie bei Rechenaufgaben immer den **Lösungsweg** an.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen. Dies inkludiert Bücher, Mitschriften, Smartphones, Taschenrechner etc.

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert.

Bei Ankreuzfragen werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[8]	[ ]
2	[10]	[ ]
3	[9]	[ ]
4	[12]	[ ]
5	[13]	[ ]
6	[10]	[ ]
7	[6]	[ ]
8	[10]	[ ]
9	[12]	[ ]
10	[10]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(_____ / 8 Punkte)* Stellen Sie die gegebene dezimale Zahl im IEEE 754 *Single Precision*-Format dar! Tragen Sie Ihre Lösung in einem der vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen, und geben Sie Ihren Rechenweg an.

$$X = -(2^6 + 2^1 + 2^{-2})_{10}$$

Ersatzraster:

2. *(_____ / 10 Punkte)* Interpretieren Sie die Bitfolge '10111010' als codierte Zahl in der jeweils angegebenen Darstellung. Geben Sie den entsprechenden dezimalen Wert an!

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen und Betrag	
Exzessdarstellung mit Exzess $e = (01110000)_2$	
Zweierkomplement	
Festpunktzahl mit Vorzeichen und 4 Nachkommastellen	
$\mathbb{F}(2, 5, -2, 3, \mathit{true})$ analog zu IEEE 754	

3. *(_____ / 9 Punkte)* Für eine Zahl Z kennen Sie die Exzessdarstellung $Z_e = (00011110)_2$ mit Exzess e.

(a) Nehmen Sie an, der decodierte dezimale Wert der Zahl Z beträgt $(-12)_{10}$. Berechnen Sie den Exzess e und geben Sie diesen binär **<u>und</u>** dezimal an.

(b) Nehmen Sie an, der Exzess e ist $(00011110)_2$. Addieren Sie die in Exessdarstellung gegebene Zahl $X_e = (32)_{10}$ zu Z_e und geben Sie das Ergebnis Y_e in Exzessdarstellung binär an. Berücksichtigen Sie dabei die Rechenregeln für Zahlen in Exessdarstellung.

4. *(_____ / 12 Punkte)*

(a) Es sind die folgenden Zahlen gegeben:

$$X = (24.3)_8$$
$$Y = (6.2)_8$$

Berechnen Sie $X * Y$ in einem beliebigen Zahlensystem. Geben Sie das Ergebnis **binär** an.

(b) Stellen Sie die Zahl $(23.4)_{10}$ im Hexadezimalsystem auf eine Nachkommastelle genau dar. Runden Sie dabei mittels *round to even*.

(c) Bei Rundung durch Abschneiden (*truncate*) werden alle reellen Zahlen aus einem Intervall $[a, b[\subset \mathbb{R}$ auf dieselbe Binärzahl abgebildet. Geben Sie die **dezimalen** Werte a, b für das Intervall an, in dem die Zahl $(0.4)_{10}$ bei Rundung auf drei binäre Nachkommastellen liegt.

5. *(_____ / 13 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$ mit Formatbreite 16 Bit und **impliziter** Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

   (a) Wandeln Sie die Zahlen X und Y in das vorgegebene Gleitpunktformat um. Geben Sie den Rechenweg an und runden Sie gegebenenfalls mittels *round to even*!

$$X = (26.7017)_8$$
$$Y = (-B.51B)_{16}$$

X: | | | | | | | | | | | | | | | |

Y: | | | | | | | | | | | | | | | |

(b) Addieren Sie die gegebenen IEEE 754 Zahlen A und B binär und stellen Sie das Ergebnis wieder im gegebenen Format dar.
Runden Sie dabei mittels *round to nearest* und bei $x = \hat{x}$ mit *round to even*. Geben Sie bei den Zwischenschritten die Werte von Guard-, Round- und Sticky-Bits an.

$$A = (0\,01111\,0110101101)_2$$
$$B = (0\,10010\,1001001001)_2$$

6. *(_____ / 10 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben:

Kreuzen Sie an, ob es sich um wahre oder falsche Aussagen handelt.
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

wahr	falsch	
❍	❍	Beim Addieren von Gleitpunktzahlen im IEEE 754–Zahlensystem gilt Kommutativität.
❍	❍	Im Einerkomplement sind mit m Bits genau 2^m verschiedene Codierungsmuster darstellbar.
❍	❍	Im IEEE 754 *Single Precision*–Format können alle rationalen Zahlen im Intervall $[-1; 0]$ exakt dargestellt werden.
❍	❍	Im Zweierkomplement gibt es für die Zahl 0 zwei Darstellungen.
❍	❍	Wenn das MSB (most-significant bit) einer Zahl in Exzessdarstellung 0 ist, handelt es sich immer um eine positive Zahl.

7. *(_____ / 6 Punkte)* Gegeben ist der folgende beschädigte EAN-13 Barcode, dessen schadhafte Stelle mit einem schwarzen Balken überdeckt ist:

(a) Kennzeichnen Sie die implizite Ziffer durch Einkreisen und die Prüfziffer des gegebenen EAN-13 Barcodes durch Unterstreichen.

(b) Ermitteln Sie mittels Prüfgleichung den Wert der beschädigten und somit unbekannten Stelle.

$$z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + z_5 + 3z_6 + z_7 + 3z_8 + z_9 + 3z_{10} + z_{11} + 3z_{12} + p \equiv 0 \ mod \ 10$$

8. *(_____ / 10 Punkte)* Bei einer mittels Polynomcodierung gesicherten Übertragung wird das Codewort '011011100111' empfangen. Das Generator-Polynom sei: $G(x) = x^3 + x^2 + 1$

   (a) Geben Sie den Sicherungsanhang binär an.

   (b) Geben Sie den Grad r des Generatorpolynoms an.

   (c) Ist bei der Übertragung eine erkennbare Störung aufgetreten? Führen Sie zur Überprüfung die Polynomdivision durch und begründen Sie.

9. *(_____ / 12 Punkte)* Gegeben sei ein Hamming-Code.

(a) Welche Länge in Bit können die **Code**wörter des Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 3 Prüfbit p_1, p_2, p_3 besitzt?

(b) Welche Länge in Bit können die **Daten**wörter des Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 4 Prüfbit p_1, p_2, p_3, p_4 besitzt?

(c) Berechnen Sie das 9 Bit lange Codewort zum Datenwort '11010'.

(d) Angenommen, Sie empfangen das Codewort '111010011'. Überprüfen Sie das Codewort auf möglicherweise bei der Übertragung aufgetretene Fehler und geben Sie gegebenenfalls die Nummer des gestörten Code-Bits und das korrigierte **Code**wort an.

10. *(_____ / 10 Punkte)* Gegeben ist ein Code C, bestehend aus folgenden Codewörtern:

$$C = \{0001,\ 0010,\ 0100,\ 1000\}$$

(a) Welche Hamming-Distanz d hat der Code C ?

(b) Fügen Sie jedem Codewort aus C ein Paritätsbit (gerade Parität) hinzu. Welche Hamming-Distanz besitzt der resultierende Code D?

(c) Kreuzen Sie an, ob die nachfolgenden Aussagen auf den gegebenen Code C zutreffen!
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte)

trifft zu	trifft nicht zu	
❍	❍	Der Code ist zyklisch.
❍	❍	Der Code ist linear.
❍	❍	Der Code ist ein Blockcode.

Grundlagen digitaler Systeme			**Test 1** **09.11.2018** 100 Minuten **Gruppe A**
Matrikelnr.	Nachname	Vorname	Unterschrift

Deckblatt sofort ausfüllen und unterschreiben!

Bitte deutlich und nur mit **Kugelschreiber** schreiben. Verwenden Sie keine Korrekturhilfsmittel. Streichen Sie Passagen, die nicht gewertet werden sollen, deutlich durch.

Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Geben Sie bei Rechenaufgaben immer den **Lösungsweg** an!

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen. Dies inkludiert Bücher, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Smartphones, Smartwatches, Taschenrechner etc.

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

Bei **Ankreuzfragen** werden Minuspunkte auf Teilaufgaben übernommen. Das Minimum je Gesamtaufgabe beträgt 0 Punkte.

1	[6]	[ ]
2	[10]	[ ]
3	[7]	[ ]
4	[10]	[ ]
5	[7]	[ ]
6	[8]	[ ]
7	[10]	[ ]
8	[12]	[ ]
9	[10]	[ ]
10	[12]	[ ]
11	[8]	[ ]
Summe	[100]	[ ]

---

1. *(_____ / 6 Punkte)* Lösen Sie nachfolgende Aufgaben zur Boole'schen Algebra.

   (a) Vervollständigen Sie die untenstehende Wahrheitstabelle. **Beachten** Sie dabei, dass die Reihenfolge der Zeilen in der Wahrheitstabelle zufällig gewählt wurde.

x	y	x XOR y
	0	
0	1	
		0
0	0	

   (b) Wie lautet das De Morgansche Gesetz? Verwenden Sie die beiden Variablen x und y. Schreiben Sie das Gesetz für $\vee$ und $\wedge$ hin (2 Gleichungen).

(c) Eine Boole'sche Funktion sei definiert durch

$$f(a_2, a_1, b_2, b_1) = \begin{cases} a_2 & \text{if } (a_2a_1)_2 \geq (b_2b_1)_2 \\ b_2 & \text{if } (a_2a_1)_2 < (b_2b_1)_2 \end{cases}$$

Das bedeutet: Interpretieren Sie die beiden ersten und die beiden letzten Bits jeweils als eine zweistellige Binärzahl. Bilden Sie von den beiden binären Zahlen das Maximum. Von diesem Ergebnis wird das zweite Bit von rechts (das MSB) durch f dargestellt.

Zum Beispiel:
$(a_2a_1)_2 = (00)_2 < (b_2b_1)_2 = (\mathbf{0}1)_2$; daher $f(0,0,0,1) = \mathbf{0}$
$(a_2a_1)_2 = (\mathbf{1}1)_2 \geq (b_2b_1)_2 = (10)_2$; daher $f(1,1,1,0) = \mathbf{1}$

Vervollständigen Sie die Wahrheitstabelle für f.

a_2	a_1	b_2	b_1	f
0	0	0	0	
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	**1**
1	1	1	1	

2. *(_____ / 10 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben:

(a) Wandeln Sie die Dezimalzahl $(61.5625)_{10}$ mit Vor- und Nachkommastellen in eine Binärzahl mit Vor- und Nachkommastellen um.

(b) Interpretieren Sie die Bitfolge '11101' als codierte Zahl in der jeweils angegebenen Darstellung und geben Sie den entsprechenden dezimalen Wert an.

Interpretation in Darstellung	**Dezimaler Wert**
Vorzeichen und Betrag	
Zweierkomplement	
Festpunktzahl mit 3 Nachkommastellen	
Einerkomplement	

3. *(_____ / 7 Punkte)* Stellen Sie die gegebene oktale Festpunktzahl im IEEE 754 *Single Precision*-Format dar. Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen, und geben Sie Ihren Rechenweg an.

$$X = (1357.246)_8$$

4. *(_____ / 10 Punkte)* Es gilt das aus der Übung bekannte Gleitpunktformat $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, \text{true})$ mit Formatbreite 16 Bit und **impliziter** Darstellung des ersten Bits. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist das Gleitpunktformat analog zum IEEE 754 *Single Precision*-Format aufgebaut.

Geben Sie bei den nachfolgenden Aufgaben Ihren Rechenweg an.

(a) Wandeln Sie die Zahlen X und Y in das vorgegebene Gleitpunktformat um. Runden Sie gegebenenfalls mittels *truncate*.

$$X = (23.32)_4$$
$$Y = (-A.19)_{16}$$

Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen.

$X =$															
$Y =$															

(b) Berechnen Sie binär $A - B$ und stellen Sie das Ergebnis wieder im gegebenen Format dar. Runden Sie dabei mittels *round to nearest* und bei $x = \hat{x}$ mit *round away from zero*. Geben Sie zusätzlich zum Rechenweg die Werte von Guard- und Round-Digit sowie des Sticky-Bits an.

$$A = (0\,10101\,1010010101)_2$$
$$B = (1\,10010\,1101101011)_2$$

Tragen Sie Ihre Lösung in den vorgedruckten Raster ein, indem Sie alle Felder ausfüllen.

Ergebnis:																

5. *(_____ / 7 Punkte)* Es sind zwei in Exzessdarstellung codierte Zahlen $A_e = (05)_{16}$, $B_e = (27)_{16}$ gegeben. Der dekodierte dezimale Wert von A_e lautet $A = (-12)_{10}$.

(a) Berechnen Sie den Exzess e und geben Sie diesen in Hexadezimaler Notation an.

(b) Berechnen Sie die Summe von A und B in Exzessdarstellung $S_e = (A + B)_e$ und geben Sie diese in Hexadezimaler Notation an. Berechnen Sie die Summe **OHNE** das Ergebnis von Unteraufgabe (a) zu verwenden.

(c) Berechnen Sie die Differenz von B und A in Exzessdarstellung $D_e = (B - A)_e$ und geben Sie diese in Hexadezimaler Notation an. Berechnen Sie die Differenz **OHNE** das Ergebnis von Unteraufgabe (a) zu verwenden.

6. *(_____ / 8 Punkte)* Sei $\square : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$ eine Rundungsfunktion (analog zur Vorlesung), die eine reelle Zahl $x \in \mathbb{R}$ auf eine ganze Zahlen $\square x \in \mathbb{Z}$ rundet. Es gilt: $\hat{x} \in \mathbb{R}$, $x_2 = x_1 + 1 \in \mathbb{Z}$ und $x_1 \leq x < x_2$.

(a) Definieren Sie die beiden Eigenschaften einer Rundungsfunktion.

Monotonie:

Projektivität:

(b) Geben Sie bei den nachfolgenden Definitionen an, ob es sich um korrekte Rundungsfunktionen handelt. Sollte es **keine** korrekte Rundungsfunktion sein, begründen Sie Ihre Antwort indem Sie zeigen, dass zumindest eine der beiden Eigenschaften aus Unteraufgabe (a) nicht erfüllt ist.

i. $\hat{x} := \frac{x_1+x_2}{2}$, $\qquad \square x := \begin{cases} x_1, & \text{falls } x > \hat{x}, \\ x_2, & \text{falls } x \leq \hat{x}. \end{cases}$

ii. $\hat{x} := \frac{x_2+x_1}{2}$, $\qquad \square x := \begin{cases} 0, & \text{falls } x < \hat{x}, \\ 1, & \text{falls } x \geq \hat{x}. \end{cases}$

7. *(_____ / 10 Punkte)* Es wird eine Nachricht empfangen, welche mittels Polynomcodierung abgesichert wurde. Das verwendete Generatorpolynom lautet $G(x) = (x^5 + x^4 + 1)$.

Die empfangene Nachricht ist '10101 01010'.

(a) Welchen Grad r hat das Generatorpolynom?

(b) Wie lautet der Prüfsummenteil der Nachricht (als binäre Bitfolge)?

(c) Überprüfen Sie, ob die Nachricht erkennbare Fehler enthält.

(d) Angenommen die Nachricht ist fehlerfrei, wie sieht dann das gesendete **Datenwort** (als binäre Bitfolge) aus?

8. *(_____ / 12 Punkte)* Gegeben sei ein Hamming-Code.

(a) Welche Länge in Bit können die **Code**wörter des Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 5 Prüfbits p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 besitzt?

(b) Welche Länge in Bit können die **Daten**wörter dieses Hamming-Codes maximal haben, wenn dieser 6 Prüfbits p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6 besitzt?

(c) Berechnen Sie das 7 Bit lange Codewort zum Datenwort '1001'

(d) Angenommen, Sie empfangen das Codewort '1011101'. Überprüfen Sie das Codewort auf möglicherweise bei der Übertragung aufgetretene Fehler und geben Sie gegebenenfalls das korrigierte **Code**wort an.

9. *(_____ / 10 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben zum Thema Huffman-Code. Zu einer Rettungszentrale werden verschiedene Nachrichten in unterschiedlicher Häufigkeit gesendet:

Nachricht	p_i	Code	l_i	$p_i \cdot l_i$	h_i	$p_i \cdot h_i$
Unfall	0.2	111	3	0.6	2.3	0.46
Krankentransport	0.49	0	1	0.49	1.0	0.49
Altersheimtransport	0.1					
Sonstiges						

Dabei ist p_i die Auftrittswahrscheinlichkeit der jeweiligen Nachricht. "Sonstiges" ist dabei eine Nachricht welche alle anderen möglichen Ereignisse repräsentiert. Runden Sie immer auf zwei Stellen mit *round to nearest* und dann mit *round away from zero*.

In der Tabelle rechts können Sie zu verschiedenen Werten x den $\mathrm{ld}(x)$ ablesen.

x	$\mathrm{ld}(x)$
0.1	-3.3
0.19	-2.4
0.20	-2.3
0.21	-2.3
0.23	-2.1
0.37	-1.4
0.48	-1.1
0.49	-1.0

(a) Bestimmen Sie die Auftrittswahrscheinlichkeit p_i von "Sonstiges".

$p_i =$

(b) (6 Punkte) Erstellen Sie einen passenden Huffman-Codebaum für die Rettungszentrale. Zeichnen Sie den Codebaum so, dass eine Kante nach links unten der höheren Auftrittswahrscheinlichkeit entspricht.

(c) Geben Sie den mittleren Informationsgehalt H an.

$H =$

(d) Geben Sie die mittlere Wortlänge L an.

$L =$

(e) Geben Sie die Redundanz R an.

$R =$

10. *(_____ / 12 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben.

(a) Kreuzen Sie an, ob es sich um wahre oder falsche Aussagen handelt.
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

wahr	falsch	
❍	❍	Beim Rechnen mit Gleitpunktzahlen der IEEE 754–Zahlensysteme gilt bei der Multiplikation Kommutativität.
❍	❍	Bei der Darstellung durch Vorzeichen und Betrag gilt die Ordnungsrelation nur innerhalb der positiven Zahlen.
❍	❍	Im IEEE 754 *Single Precision*–Format ist die Anzahl der exakt darstellbaren Zahlen im Intervall $[1, 2]$ dieselbe wie im Intervall $[2, 3]$.
❍	❍	In Exzessdarstellung sind mit m Bits genau 2^m verschiedene Zahlen darstellbar.

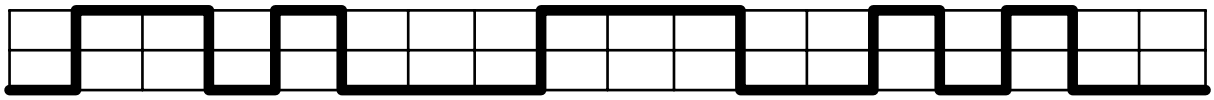
(b) Stellen Sie den gegebenen Sonderfälle des IEEE 754 Single Precision–Format dar. Tragen Sie Ihre Lösung vollständig in dem vorgedruckten Raster ein.

NaN

-0

11. *(_____ / 8 Punkte)* Lösen Sie folgende Aufgaben.

(a) Sie empfangen nachfolgendes Signal welches mittels NRZ-S Leitungscode übermittelte wurde. Welche Bitfolge wurde übertragen?



(b) Kreuzen Sie an, ob es sich um wahre oder falsche Aussagen handelt.
(richtig: +2 Punkte, falsch: -2 Punkte, keine Antwort: 0 Punkte; Minimum: 0 Punkte)

wahr	falsch	
❍	❍	Systematische Codes mit Codewortlänge $y + x$ bestehen aus x Informationsbits und y Prüfbits.
❍	❍	Hamming-Codes sind Blockcodes.
❍	❍	Jeder zyklische Code ist ein nichtlinearer Code.