Aufgabe 1

Theorie

Das LTI-System mit der Übertragungsfunktion (alle $a_i > 0$ und reell)

Variante 1:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Variante 2:

$$H(s) = \frac{1}{a_3 s^3 + a_2 s^2 - a_1 s + a_0}$$

Variante 3:

$$H(s) = \frac{1}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

ist

A. ...sicher stabil **(richtige Antwort für Variante 1)**

B. ...sicher nicht stabil **(richtige Antwort für Variante 2)**

C. ...möglicherweise stabil **(richtige Antwort für Variante 3)**

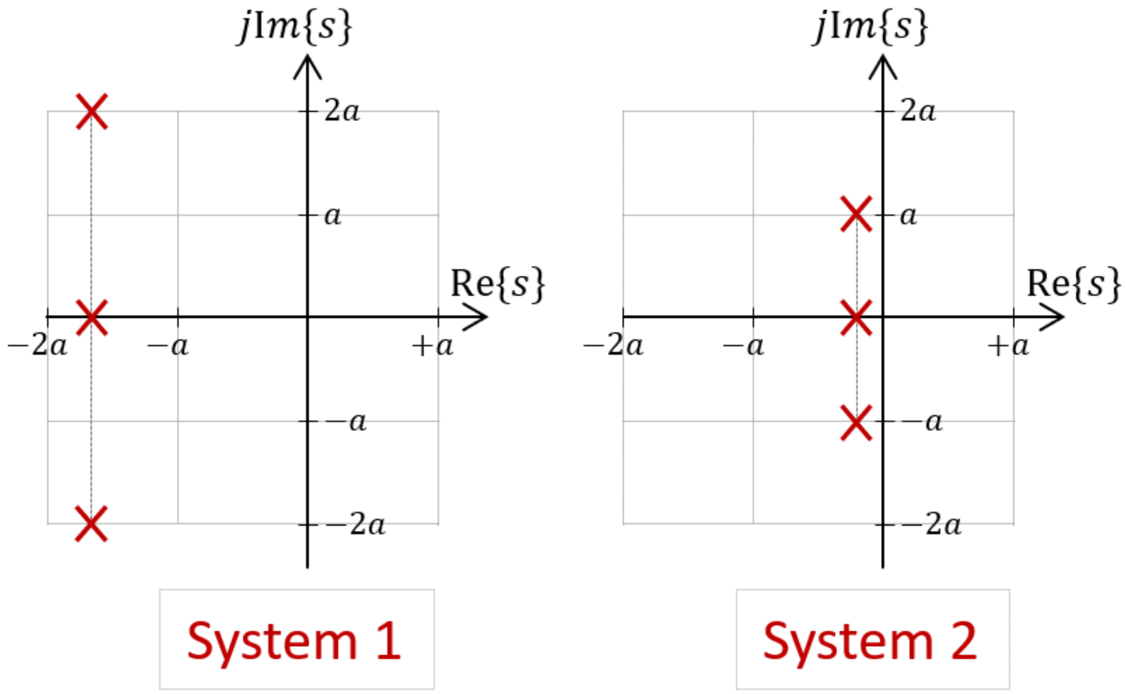
Lösung:

Laut der notwendigen Stodola-Bedingung müssen alle Koeffizienten a_i des Nennerpolynoms vorhanden, reell und größer Null sein, damit ein LTI-System stabil ist. Für ein System 2. Ordnung ist diese Bedingung auch hinreichend. Für Systeme ab 3. Ordnung, gilt: Ist ein Koeffizient kleiner Null oder nicht vorhanden, so ist das System nicht stabil (maximal grenzstabil).

Aufgabe 2

Theorie

Vergleichen Sie die Pol-Nullstellen-Diagramme der beiden LTI-Systeme 3. Ordnung (System 1 und System 2). Die Kreuze markieren Pole; $a \in \mathbb{R}, a > 0$.



Welche der folgenden drei Aussagen ist richtig?

Variante 1:

A. Die Stoßantwort (=Impulsantwort) von System 1 erstreckt sich über einen kürzeren Zeitraum als jene von System 2. **(richtig)**

B. Die oszillatorischen Anteile der Sprungantwort von System 1 haben eine niedrigere Frequenz als jene von System 2.

C. Der reelle Pol bei beiden Systemen unterdrückt Schwingungen in der Stoßantwort.

Variante 2:

A. Die Stoßantwort (=Impulsantwort) von System 1 klingt schneller ab als jene von System 2. **(richtig)**

B. Mögliche oszillatorische Anteile der Sprungantwort von System 2 haben eine höhere Frequenz als jene von System 1.

C. Die Schwingungen in der Stoßantwort aufgrund des konjugiert komplexen Polpaares werden bei beiden Systemen durch den reellen Pol kompensiert.

Variante 3:

A. Die Resonanzüberhöhung im Bode-Diagramm ist größer für das System 2. **(richtig)**

B. Die Stoßantwort (=Impulsantwort) der beiden Systeme ist komplexwertig.

C. Die oszillatorischen Anteile der Sprungantwort von System 2 klingen schneller ab als jene von System 1.

Lösung:

Das Abklingverhalten der Stoß-/Sprungantwort, sowie die Resonanzüberhöhung sind durch die Realteile der Pole gegeben. Die Pole von System 1 liegen weiter links in der linken komplexen Halbebene, daher klingt die Stoß-/Sprungantwort von System 1 schneller ab als jene von System 2. Weiter links liegende Pole bewirken also eine größere Dämpfung, daher zeigt System 1 auch eine kleinere Resonanzüberhöhung als System 2.

Aufgabe 3

Theorie

Der Endwert der Sprungantwort eines schwingfähigen PT2-Systems mit der Übertragungsfunktion

$$H(s) = \frac{A}{(s-s_1)(s-s_2)} \qquad s_i = \alpha_i + j\omega_i; \quad \alpha_i, \omega_i \in \mathbb{R}, \alpha_i < 0$$

lautet...

Variante 1:
- A. ...$\frac{A}{|s_1|^2}$ **richtig**
- B. ...$\frac{A}{|s_2|}$
- C. ...A

Variante 2:
- A. ...$\frac{A}{|s_2|^2}$ **richtig**
- B. ...$\frac{A}{|s_1|}$
- C. ...A

Variante 3:
- A. ...$\frac{A}{|s_2|^2}$ **richtig**
- B. ...$\frac{A}{\sqrt{|s_1||s_2|}}$
- C. ...A

Lösung:

Endwert der Sprungantwort mit Endwertsatz:

$$y_\varepsilon(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot H(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \to 0} H(s).$$

Daher:

$$y_\varepsilon(t \to \infty) = \frac{A}{s_1 s_2}$$

Ein schwingfähiges PT2-System muss ein konjugiert komplexes Polpaar besitzen, d.h., es gilt $s_2 = s_1^*$ bzw. $s_1 = s_2^*$. Damit erhält man

$$y_\varepsilon(t \to \infty) = \frac{A}{s_1 s_1^*} = \frac{A}{|s_1|^2} = \frac{A}{|s_2|^2}.$$

Aufgabe 4

Theorie

Ein System hat eine Nullstelle bei (3, 7j). Man zerlegt das System in einen minimalphasigen Anteil und einen Allpass. Wo muss für den Allpass daher ein Pol liegen?

A. (-3, 7j)

B. (-3, -7j)

C. (3, -7j)

Lösung:

Ein Allpass ist ein System, das zu jedem Pol in der linken s-Halbebene spiegelbildlich eine Nullstelle in der rechten s-Halbebene besitzt (siehe Frey/Bossert Kapitel 7.3.2).

Aufgabe 5

Theorie

Wodurch kann man die Steilheit des Übergangs zwischen Durchlass- und Sperr-Frequenzbereich eines Filters beeinflussen?

A. Durch die Ordnung des Filters

B. Durch die Gundverstärkung

C. Durch den Abstand der Realteile der Pole

Lösung:

Siehe Frey/Bossert, Kapitel 7.3

Aufgabe 6

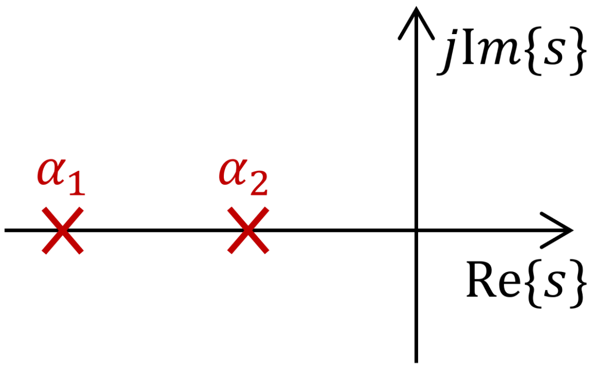
Rechenaufgabe

Gegeben ist ein LTI-System 2. Ordnung mit 2 reellen Polen

$$\alpha_1 = -5$$

$$\alpha_2 = -3$$

laut folgendem Polstellen-Diagramm:



Berechnen Sie (**auf 0.01 genau**), bei welchem Zeitwert $t = t_{\max}$ die Stoßantwort (=Impulsantwort) $h(t)$ dieses Systems ihr Maximum hat.

Lösung:

Das Maximum der Stoßantwort wird bspw. auch in den Aufgaben 121, 122 und 146 im Beispielskriptum behandelt.

Die Übertragungsfunktion des gegebenen Systems lautet allgemein

$$H(s) = \frac{K}{(s-\alpha_1)(s-\alpha_2)}.$$

Eine Partialbruchzerlegung von $H(s)$ ergibt

$$H(s) = \frac{K}{\alpha_1 - \alpha_2}\left[\frac{1}{s-\alpha_1} - \frac{1}{s-\alpha_2}\right].$$

Rücktransformation in den Zeitbereich:

$$h(t) = \frac{K}{\alpha_1 - \alpha_2}\left[e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}\right].$$

Ableitung und Nullsetzen um das Maximum von $h(t)$ zu erhalten:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{K}{\alpha_1 - \alpha_2}\left[e^{\alpha_1 t}\alpha_1 - e^{\alpha_2 t}\alpha_2\right] = 0.$$

Damit:

$$e^{\alpha_1 t}\alpha_1 = e^{\alpha_2 t}\alpha_2 \qquad \Rightarrow \qquad \ln\left(e^{\alpha_1 t}\right) = \ln\left(e^{\alpha_2 t}\right) + \ln\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)$$

bzw.

$$\alpha_1 t = \alpha_2 t + \ln\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) \qquad \Rightarrow \qquad t(\alpha_1 - \alpha_2) = \ln\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right).$$

Damit erhält man schlussendlich

$$t_{\max} = \frac{\ln\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)}{\alpha_1 - \alpha_2}.$$

Für $\alpha_1 = -5$ und $\alpha_2 = -3$ ergibt das $t_{\max} = \frac{\ln\left(\frac{3}{5}\right)}{-5+3} = \frac{-0.512}{-2} = 0.255$

Aufgabe 7

Rechenaufgabe

Die Stoßantwort (=Impulsantwort) eines LTI-Systems lautet

$$h(t) = \left(Ae^{-at} + Be^{-bt}\right) \cdot \varepsilon(t),$$

mit den Werten

$$a = 2 \qquad B = 3 \qquad b = 4. \tag{1}$$

Wählen Sie den Wert des Vorfaktors A (**auf 0.01 genau**) so, dass der Endwert der Sprungantwort für $t \to \infty$ den Wert

$$G = 1$$

hat.

Lösung:

Die Berechnung der Sprungantwort eines Systems wird bspw. in den Aufgaben 128, 129 und 132 im Beispielskriptum gezeigt.

Bei gegebener Stoßantwort lässt sich, wie in diesen Beispielen behandelt, die Sprungantwort einfach durch Faltung mit dem Einheitssprung (=Integration von $h(\tau)$ von 0 bis t) berechnen.

Da hier im gegebenen Beispiel bloß der Endwert der Sprungantwort gefragt ist, besteht eine sehr einfache Lösungsmöglichkeit darin, die Stoßantwort in den Laplace-Bereich zu transformieren und dann mittels Endwertsatz daraus den Endwert der Sprungantwort zu berechnen. Diese Möglichkeit wurde im Video zur Regelungstechnik mehrfach demonstriert und auch schon bei den Theoriefragen benutzt:

Die Transformation der Stoßantwort in den Laplace-Bereich ergibt die Übertragungsfunktion:

$$H(s) = A\frac{1}{s+a} + B\frac{1}{s+b}$$

Der Endwert der Sprungfunktion ergibt sich aus dem Endwertsatz

$$y_\varepsilon(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot H(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} H(s).$$

zu

$$y_\varepsilon(t \to \infty) = G = \frac{A}{a} + \frac{B}{b}.$$

Die "klassische" Möglichkeit, die Sprungantwort zu berechnen besteht wie gesagt darin, die Stoßantwort mit einem Einheitssprung zu falten:

$$y_\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\varepsilon(t-\tau)d\tau = \int_0^t h(\tau)d\tau = \int_0^t Ae^{-a\tau} + Be^{-b\tau}d\tau.$$

Das Integral ergibt nach Einsetzen der Grenzen

$$y_\varepsilon(t) = \frac{A}{a}\left[1 - e^{-at}\right] + \frac{B}{b}\left[1 - e^{-bt}\right].$$

Für $t \to \infty$ erhält man daraus dasselbe Ergebnis wie mit dem Endwertsatz:

$$y_\varepsilon(t \to \infty) = G = \frac{A}{a} + \frac{B}{b}.$$

Der Wert des Vorfaktors A ergibt sich damit zu

$$A = \left(G - \frac{B}{b}\right) a.$$

Mit $G = 1$, $a = 2$, $B = 3$, $b = 4$ erhält man

$$A = (G - 0.75)2 = (1 - 0.75)2 = 0.50$$

Aufgabe 8

Rechenaufgabe

Gegeben ist ein LTI-System mit dem Nennerpolynom

Variante 1:

$$a(s) = Ts^3 + s^2 + 3s + V$$

Variante 2:

$$a(s) = Ts^3 + 3s^2 + 2s + V$$

Variante 3:

$$a(s) = 3s^3 + Ts^2 + Vs + 3$$

Variante 4:

$$a(s) = 4s^3 + Ts^2 + Vs + 9$$

Bestimmen Sie den

Variante 1: **Maximalwert**

Variante 2: **Maximalwert**

Variante 3: **Minimalwert**

Variante 4: **Minimalwert**

der Verstärkung V so (**auf 0.1 genau**), dass das LTI-System für

Variante 1: $T = 9.3$

Variante 2: $T = 9.7$

Variante 3: $T = 10.3$

Variante 4: $T = 10.7$

gerade noch stabil ist.

Lösung:

Anwendung der Methode von Routh oder Hurwitz, siehe entsprechende Aufgaben im Kapitel E.3 im Beispielskript.

Bei der Stabilitäts-Abschätzung bleibt V ein Parameter. Aus der Forderung, dass alle Entwicklungskoeffizienten der Sturm'schen Kette (bei Routh) bzw. alle Hauptminoren (bei Hurwitz) positiv sein müssen, lässt sich für gegebenes T der Wert von V bestimmen.

Die Polynome $a(s)$ der Varianten 1/2 und 3/4 unterscheiden sich strukturell. Für die Varianten 1/2 erhält man, dass $0 < V < M_{\max},\ M_{\max} > 0 \in \mathbb{R}$ gelten muss für Stabilität. Für die Varianten 3/4 muss $V > M_{\min},\ M_{\min} > 0 \in \mathbb{R}$ gelten, damit $a(s)$ stabil ist.

Variante 1 mit Routh (analog für 2):

$$
\begin{array}{r|c|c|l}
 & Ts^3 + 3s & & \\
 & Ts^3 + VTs & s^2 + V & Ts \\
\cline{2-2}
\frac{1}{3-VT}s & (3-VT)s & s^2 & \\
\cline{3-3}
 & (3-VT)s & V & \frac{3-VT}{V}s \\
\cline{2-2}
 & 0 & & \\
\end{array}
$$

Die Anzahl der instabilen Nullstellen k in der offenen rechten Halbebene berechnet sich zu $k = \mathrm{VZW}(T, 1, (3 - VT), V) = 0$. Damit keine Vorzeichenwechsel (VZW) stattfinden, muss gelten

$$0 < V < \frac{3}{T}.$$

Variante 3 mit Routh (analog für 4):

$$
\begin{array}{r|c|c|l}
 & 3s^3 + Vs & & \\
 & 3s^3 + \frac{9}{T}s & Ts^2 + 3 & \frac{3}{T}s \\
\cline{2-2}
\frac{T^2}{VT-9}s & \frac{VT-9}{T}s & Ts^2 & \\
\cline{3-3}
 & \frac{VT-9}{T}s & 3 & \frac{VT-9}{3T}s \\
\cline{2-2}
 & 0 & & \\
\end{array}
$$

Die Anzahl der instabilen Nullstellen k in der offenen rechten Halbebene berechnet sich zu $k = \mathrm{VZW}(3, T, \frac{VT-9}{T}, 3) = 0$. Damit keine Vorzeichenwechsel (VZW) stattfinden, muss gelten

$$V > \frac{9}{T}.$$

Variante 2 mit Hurwitz (analog für Variante 1):

Hurwitz-Matrix:

$$H = \begin{bmatrix} 3 & V & 0 \\ T & 2 & 0 \\ 0 & 3 & V \end{bmatrix}$$

Alle Determinanten Δ_i müssen > 0 sein:

$$
\begin{array}{rcl}
\Delta_3 = V\Delta_2 > 0 & \Rightarrow & V > 0 \\
\Delta_2 = 3 \cdot 2 - VT > 0 & \Rightarrow & V < \frac{6}{T}
\end{array}
$$

Wertebereiche für Stabilität: $0 < V < \frac{6}{T}$.

Variante 4 mit Hurwitz (analog für Variante 3):

Hurwitz-Matrix:

$$H = \begin{bmatrix} T & 9 & 0 \\ 4 & V & 0 \\ 0 & T & 9 \end{bmatrix}$$

Alle Determinanten Δ_i müssen > 0 sein:

$$\Delta_3 = 9\Delta_2 > 0$$
$$\Delta_2 = VT - 36 > 0 \quad \Rightarrow \quad V > \frac{36}{T}$$

Wertebereiche für Stabilität: $V > \frac{36}{T}$.

Lösungen:

Variante 1: $V < \frac{3}{T}$, für $T = 9.3$ also $V < 0.3$

Variante 2: $V < \frac{6}{T}$, für $T = 9.7$ also $V < 0.6$

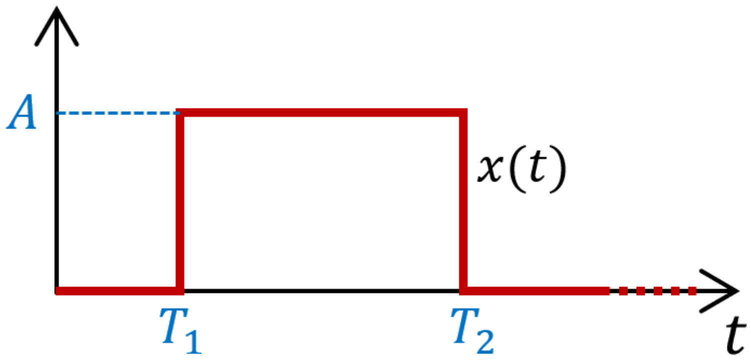
Variante 3: $V > \frac{9}{T}$, für $T = 10.3$ also $V > 0.9$

Variante 4: $V > \frac{36}{T}$, für $T = 10.7$ also $V > 3.4$

Aufgabe 9

Rechenaufgabe

Das dargestellte Rechtecksignal $x(t)$



mit der Amplitude

$$A = 2$$

dem Startzeitpunkt

$$T_1 = 1$$

und dem Endzeitpunkt

$$T_2 = 2$$

wird an ein PT1-System mit der Übertragungsfunktion

$$H(s) = \frac{1}{1+s}$$

gelegt.

Berechnen Sie (**auf 0.01 genau**) den Wert des Ausgangssignals $y(t)$ des Systems zum Zeitpunkt T_2, d.h. $y(t = T_2)$.

Lösung:

Dieses Beispiel ist praktisch ident mit der Aufgabe 129 im Beispielskript.

Wie dort gezeigt, lässt sich dieses Beispiel sehr einfach durch Anwendung der Faltung lösen. Besonders einfach ist das vorliegende Beispiel, weil der Wert zum Ende des Rechteckimpulses gefragt ist. Daher müssen keine Fallunterscheidungen (wie bspw. in den Aufgaben 118 und 120 im Beispielskript) durchgeführt werden.

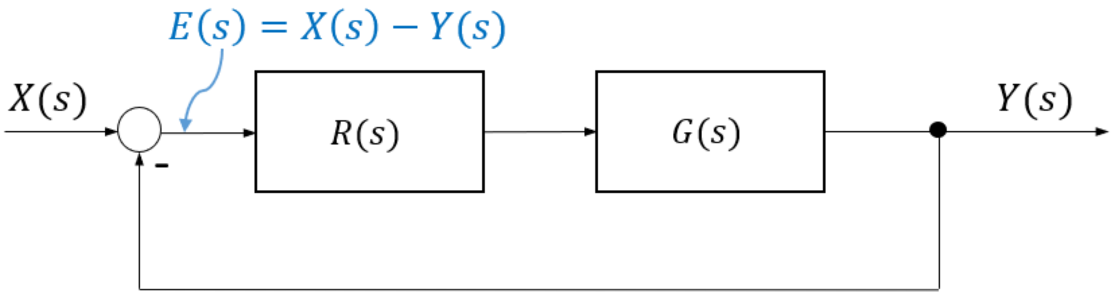
Das PT1-System hat die Stoßantwort $h(t) = \frac{1}{T}e^{-t/T}$. Damit erhält man mittels Faltung

$$y(T_2) = \frac{A}{T}\int_0^{T_2-T_1} e^{-\tau/T}d\tau = A\left(1 - e^{-\frac{T_2-T_1}{T}}\right).$$

Mit den Werten $A = 2$, $T_1 = 1$, $T_2 = 2$, $T = 1$ erhält man

$$y(2) = 2\left(1 - e^{-1}\right) = 1.26$$

Aufgabe 10
Rechenaufgabe



Gegeben ist ein LTI-System mit Rückkopplung laut Bild. Die Übertragungsfunktionen der beiden Systeme im Vorwärtszweig lauten

Variante 1:
$$R(s) = K \qquad G(s) = \frac{1}{1+s}.$$

Variante 2:
$$R(s) = K \qquad G(s) = \frac{1}{1+2s}.$$

Variante 3:
$$R(s) = K \qquad G(s) = \frac{1}{1+3s}.$$

Variante 4:
$$R(s) = K \qquad G(s) = \frac{1}{1+4s}.$$

An den Eingang des Systems wird ein Signal

Variante 1:
$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = 3 \cdot \sin(10t)$$

Variante 2:
$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = 4 \cdot \sin(3t)$$

Variante 3:
$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = 3 \cdot \sin(4t)$$

Variante 4:
$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = 9 \cdot \sin(2t)$$

gelegt.

Bestimmen Sie die Verstärkung $K > 0$ des Systems $R(s)$ so (**auf 0.1 genau**), damit im eingeschwungenen Zustand das Signal

$$e(t) = \mathcal{L}^{-1}\{E(s)\} = A \cdot \sin(\omega t + \Delta\varphi)$$

eine Phasenverschiebung von

$$\Delta\varphi = 0.1\pi$$

zum Signal $x(t)$ zeigt.

Hinweis: Beachten Sie bitte, dass $\arg\{Z\} = \arg\{\frac{a_1+ja_2}{b_1+jb_2}\} = \arctan\left(\frac{a_2}{a_1}\right) - \arctan\left(\frac{b_2}{b_1}\right)$ gilt, wenn $a_1, a_2, b_1, b_2 > 0 \in \mathbb{R}$.

Lösung:

Da die Berechnung einer Phasenverschiebung zu einem sinusförmigen Signal im eingeschwungenen Zustand gefordert ist, bietet sich die komplexe Wechselstromrechnung an.

Nach Ermittlung des Signals $E(s)$ in Abhängigkeit von $X(s)$ mittels Auflösung der Rückkopplungsschleife (wie bspw. in den Aufgaben 117, 124, oder 132 im Beispielskript), erhält man $E(j\omega)$ wie in fast allen Beispielen im Kapitel E.4 des Beispielskripts.

Für das Signal $E(s)$ erhält man wegen

$$Y(s) = RGE(s) = RG[X(s) - Y(s)],$$

das heißt,

$$Y(s) = \frac{RG}{1+RG}X(s),$$

die Beziehung

$$E(s) = X(s) - Y(s) = X(s) - \frac{RG}{1+RG}X(s) = \frac{1}{1+RG}X(s) = H(s)X(s).$$

Für die Phasenverschiebung zwischen $X(s)$ und $E(s)$ muss

$$H(s) = \frac{1}{1+RG} = \frac{1}{1+\frac{K}{1+sT}} = \frac{1+sT}{1+K+sT}$$

für $s \to j\omega$ ausgewertet werden.

Das ergibt:

$$E(j\omega) = \frac{1+j\omega T}{1+K+j\omega T}X(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega).$$

Die Phase von $X(j\omega)$ lautet $\arg\{X(j\omega)\} = 0$. Daher ergibt sich die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ zwischen X und E nur aus dem Argument von $H(j\omega)$:

$$\Delta\varphi = \arg\{H(j\omega)\} = \arg\left\{\frac{1+j\omega T}{1+K+j\omega T}\right\} = \arctan\omega T - \arctan\frac{\omega T}{1+K}.$$

Damit:

$$K = \frac{\omega T}{\tan(\arctan\omega T - \Delta\varphi)} - 1.$$

Das heißt:

Variante 1:

$$K = \frac{10}{\tan(\arctan 10 - 0.1\pi)} - 1 = 3.4$$

Variante 2:

$$K = \frac{6}{\tan(\arctan 6 - 0.1\pi)} - 1 = 2.1$$

Variante 3:

$$K = \frac{12}{\tan(\arctan 12 - 0.1\pi)} - 1 = 4.0$$

Variante 4:

$$K = \frac{8}{\tan(\arctan 8 - 0.1\pi)} - 1 = 2.8$$

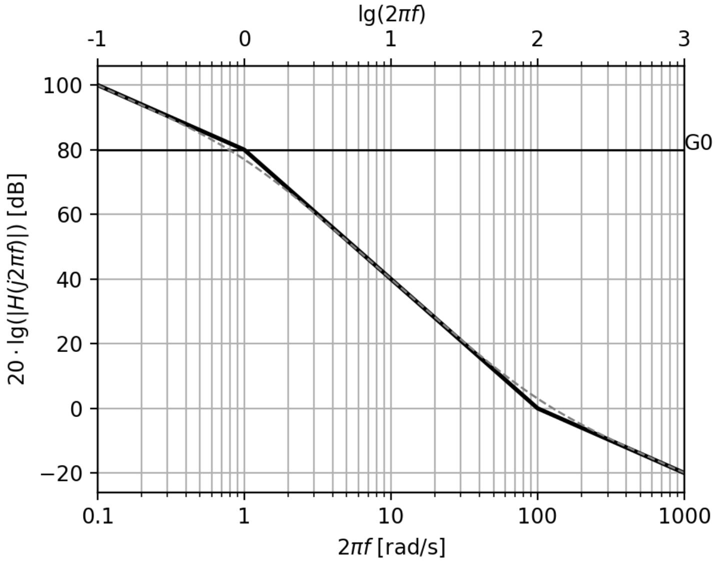
Aufgabe 11

Rechenaufgabe

Gegeben ist folgender Betragsfrequenzgang im Bodediagramm für ein System 2. Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{(s-\beta)}{(s-\alpha_1)(s-\alpha_2)}.$$

Lesen Sie daraus die beiden Pole ab.



Lösung:

Dieses Beispiel ist ähnlich zu den Aufgaben 149–153 im Beispielskript. Die Pole erhält man aus den Knickfrequenzen, wie detailliert in Frey/Bossert und auch in der Lösung zu Aufgabe 152 beschrieben.

Für die hier gezeigte Variante erhält man $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = -1$.

Aufgabe 12

Rechenaufgabe

Gegeben ist ein Regelkreis, dessen Strecke ein System mit Totzeit mit der Übertragungsfunktion

$$H(s) = \frac{1}{T} e^{-sT}$$

ist. Der Regler sei ein reiner P-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = A.$$

Welchen Maximalwert darf die Reglerverstärkung A annehmen, damit der Regelkreis entsprechend des Nyquist-Kriteriums gerade noch stabil ist.

Lösung:

Dieses Beispiel ist nahezu ident mit dem Beispiel 7.6 in Frey/Bossert.

Die Übertragungsfunktion im Vorwärtszweig des offenen Regelkreises lautet

$$G(s) = R(s)H(s) = \frac{A}{T} e^{-sT}.$$

Die Ortskurve dieser Übertragungsfunktion als Funktion der Frequenz f lautet

$$G(f) = \frac{A}{T} e^{-j2\pi fT}.$$

Ihren Schnittpunkt mit der reellen Achse erhält man, wenn ihr Argument $-2\pi fT$ den Wert $-\pi$ hat, d.h. wenn $-2\pi fT = -\pi$. Dann schneidet die Ortskurve wegen $e^{-j\pi} = -1$ die reelle Achse. Damit die Ortskurve den Punkt $(-1, 0)$ nicht umschließt, muss daher $\frac{A}{T} < 1$ und folglich $A < T$ gelten.

Aufgabe 13

Rechenaufgabe

Gegeben ist folgende System-Differentialgleichung.

Variante 1 und 2:

$$3y''' - 4x''' + y' + 2y'' + x' = 0$$

Variante 3 und 4:

$$2y''' - 4x''' + y + 4y'' + x'' = 0$$

Variante 5 und 6:

$$2y''' - x''' + 4y'' + y' + 2x'' - 4x' = 0$$

Bringen sie die Differentialgleichung in eine normierte Form und erstellen ein Zustandsmodel in Steuerungsnormalform.

Variante 1: Welchen Wert hat der Koeffizient C_2 des Ausgangsvektors?

Variante 2: Welchen Wert hat der Koeffizient C_3 des Ausgangsvektors?

Variante 3: Welchen Wert hat der Koeffizient C_1 des Ausgangsvektors?

Variante 4: Welchen Wert hat der Koeffizient C_3 des Ausgangsvektors?

Variante 5: Welchen Wert hat der Koeffizient C_2 des Ausgangsvektors?

Variante 6: Welchen Wert hat der Koeffizient C_3 des Ausgangsvektors?

Lösung:

Dieses Beispiele ist nahezu ident mit den Aufgaben 158 und 160 im Beispielskript.

$$3y''' + 2y'' + y' = 4x''' - x'$$

Normalform:

$$y''' + \frac{2}{3}y'' + \frac{1}{3}y' = \frac{4}{3}x''' - \frac{1}{3}x'$$

Zustandsmatrizen in der Steuernormalform:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}, \quad B = [0, 0, 1]^T$$

$$C = [b_0 - a_0 b_3, b_1 - a_1 b_3, b_2 - a_2 b_3], \quad D = (b_3)$$

Variante 1: $C_2 = b_1 - a_1 b_3 = -\frac{7}{9}$
Variante 2: $C_3 = -\frac{8}{9}$
Variante 3: $C_1 = -1$
Variante 4: $C_3 = -\frac{9}{2}$
Variante 5: $C_2 = \frac{7}{4}$
Variante 6: $C_3 = -2$