2. Übungstest Analysis für Informatik und WI, Gruppe 1
6. Dezember 2021

Name: Matrikelnummer:

Arbeitszeit: 30 min.

1. (8 Punkte) Seien $k \in \mathbb{N}$ und $\alpha > 0$ beliebig aber fest gewählt. Man zeige:

$$n^k = o((1+\alpha)^n) \quad \text{für } n \to \infty$$

   Hinweis: Mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes zeige man zunächst:

$$(1+\alpha)^n \geq \binom{n}{k+1} \cdot \alpha^{k+1} \quad \text{für alle } n \geq k+1$$

   Alle Rechenschritte sind zu begründen.

2. (a) (3 Punkte) Wie groß ist der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n$ (geometrische Reihe), für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert sie und welche Funktion $f(x)$ stellt die Reihe dort dar? — Nur Antworten angeben, eine Begründung ist nicht erforderlich.

   (b) (3 Punkte) Man beantworte die gleichen Fragen wie bei (a) für die Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

   (c) (3 Punkte) Man gebe die ersten 5 Glieder des Cauchy-Produkts der beiden Reihen aus (a) und (b) an.

   (d) (3 Punkte) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert das Cauchy-Produkt in (c), welche Funktion $h(x)$ stellt das Cauchy-Produkt dar? — Eine Begründung aufbauend auf die Ergebnisse von (a) und (b) ist erforderlich.