

4.20.

g)

$$\sum_{n \geq 0} \frac{n-1}{3^n}$$

Löse mit Limesform des
Quotientenkriteriums

Hinweis:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1 \quad \rightarrow \text{KONVERGENT}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1 \quad \rightarrow \text{DIVERGENZ}$$

für =1 kann durch die Limesform keine Aussage getroffen werden

Rechenweg:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\frac{n+1-1}{3^{n+1}}}{\frac{n-1}{3^n}} \right| = \frac{n}{3^{n+1}} * \frac{3^n}{n-1} = \frac{n}{3^n * 3} * \frac{3^n}{n-1}$$

kürze 3^n heraus

$$\rightarrow \frac{n}{3} * \frac{1}{n-1} = \frac{n}{3n-3}$$

höchste Potenz dividieren. Hier: n

$$\rightarrow \frac{\frac{n}{3n} - \frac{1}{3n}}{\frac{n}{3n} - \frac{1}{3n}} = \frac{1}{3-0} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} = \frac{1}{3}$$

Es folgt eingesetzt in die Formel oben: $\frac{1}{3} < 1$ somit folgt die Konvergenz der Reihe.