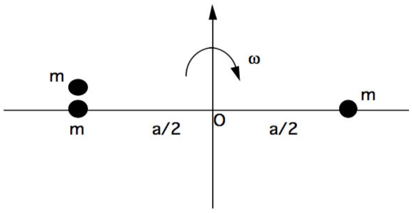
Modellbildung in der Physik VU

5. Übungsangabe für 11. Dezember 2012

Institut für Angewandte Physik

Beispiel 1

[*3 Punkte*]



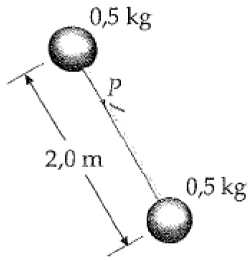
Zwei gleiche Massen m (Hantel) sind durch einen masselosen, starren Stab der Länge a verbunden. Im schwerefreien Raum sei der Massenmittelpunkt dieses hantelähnlichen Zweimassen-Systemsstationär. Die mit der Winkelgeschwindigkeit ω **um den Massenmittelpunkt (Mittelpunkt der Hantel)** rotierende Hantel trifft mit einem Ende inelastisch auf eine dritte stationäre Masse mit Masse m, die an der Hantel haften bleibt.

1. Bestimmen Sie die Lage des **Massenmittelpunktes des Dreimassensystems** unmittelbar vor dem Stoß. Welche Geschwindigkeit besitzt er?
2. Wie groß ist der Drall (Eigendrehimpuls) des Dreimassensystems um den Massenmittelpunkt unmittelbar vor bzw. nach dem Stoß?
3. Welche Winkelgeschwindigkeit um den Massenmittelpunkt besitzt das System nach dem Stoß ?
4. Berechnen Sie die kinetische Energie vor und nach dem Stoß. Ist der Stoß elastisch?

Beispiel 2

[*2 Punkte*]
Die Abbildung zeigt eine Hantel mit zwei gleichen Massen, die als Punktrnassen an einer dünnen masselosen Stange der Länge ℓ angenommen werden.

1. Zeigen Sie, dass die Schwingungsdauer dieses Pendels minimal ist, wenn der Drehpunkt P in einer der Massen liegt.

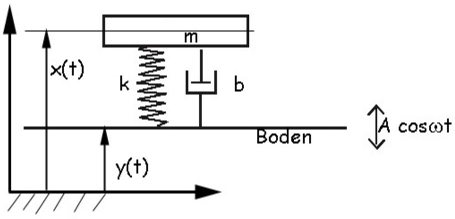


2. Bestimmen Sie die Schwingungsperiode dieses physikalischen Pendels, wenn der Abstand zwischen P und der oberen Masse $\ell/4$ beträgt.
3. Es wird nun angenommen, dass der Stab die Masse $2m$ hat. Bestimmen Sie jetzt den Abstand zwischen der oberen Masse und dem Drehpunkt P damit die Schwingungsperiode dieses physikalischen Pendels minimal wird.

Beispiel 3

[*4 Punkte*]
Viele wissenschaftliche und kommerzielle Instrumente benötigen eine möglichst vibrationsfreie Aufstellung. Ziel dieser Aufgabe ist es, den Aufbau eines vibrationsfreien Tisches zu berechnen.

Wie in der Abbildung gezeigt, betrachten Sie dazu einen Tisch der Masse m, dessen Auflage mit einer Feder der Federkonstanten $k = m\,\omega_0^2$ beschrieben werden kann. Außerdem ist ein Dämpfer vorhanden, der eine Dämpfungskraft $F = -bv$ ausübt. Es gelte weiters $b = m\,\gamma$.



Der Tisch steht auf einem schwingenden Boden. Nehmen Sie an, dass der Boden harmonisch und in vertikaler Richtung mit der Frequenz ω und der Amplitude A schwingt: $y(t) = A\cos(\omega t)$.

a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Tisches (mit Boden). Wie in Fig 2. gezeigt, beziehen Sie alle Größen auf ein fixes Koordinatensystem. Zerlegen (Separieren) Sie die Gleichung in einen Teil, der die "freie Schwingung" ($x(t)$) beschreibt und einen, der einer "Antriebskraft" (Boden, $y(t)$) auf den Tisch entspricht.

b) Zeigen Sie, dass die effektive Antriebskraft, erzeugt durch den schwingenden Boden, in der Form

$$F(t) = F_0(\omega)\cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

geschrieben werden kann. Bestimmen Sie $F_0(\omega)$ und $\varphi(\omega)$.

Hinweis: Verwenden Sie dazu folgende Beziehung:

$$c\cos(a + \arctan b) = \tfrac{c}{\sqrt{1+b^2}}\cos a - c\tfrac{b}{\sqrt{1+b^2}}\sin a$$

c) Berechnen Sie die Amplitude der Schwingung des Tisches für den stationären Fall als Funktion von ω.

d) Nehmen Sie an, dass die Bodenschwingungen ω relativ hochfrequent sind. Der Aufbau soll so dimensioniert sein, Oszillationen bei hohen Frequenzen möglichst gut zu dämpfen. Er muss aber für niedrige Frequenzen nicht perfekt optimiert sein. Trotzdem sollten Sie die Oszillatorparameter so bestimmen, dass der Tisch auch bei möglichst kleinen Frequenzen brauchbar ist.

Diskutieren Sie Argumente für die Wahl der Parameter (an Hand von Grenzfällen) für einen vibrationsisolierten Tisch: Große oder kleine Masse m; große oder kleine Dämpfungskonstante γ; große oder kleine Federkonstante k?