

1. Eine Urne enthält $N = 10$ Kugeln, die entweder rot oder schwarz sind, wobei die genaue Anzahl M der roten Kugeln nicht bekannt ist. Nacheinander werden $n = 5$ Kugeln gezogen (mit Zurücklegen). Beobachtet werden $x_1 = 1$ (erste Kugel ist rot), $x_2 = 0$ (zweite Kugel ist schwarz), $x_3 = 0$ (dritte Kugel ist schwarz), $x_4 = 0$ (vierte Kugel ist schwarz) und $x_5 = 0$ (fünfte Kugel ist schwarz).

Schätzen Sie mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Prinzips die plausibelste Zusammensetzung der Kugeln in der Urne.

(Lösungsblatt: Schätzergebnis) (3)

2. Über die Zeit X (in Stunden), die ein Techniker benötigt, um eine Maschine zu reparieren, ist bekannt, dass diese einer Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 2$ unterliegt, d.h. X besitzt die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F und stellen Sie diese sowie die Dichte grafisch dar. (3)
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Techniker
- (i) zwischen 0.31 und 0.65 Stunden (1)
 - (ii) mehr als 17 Minuten (1)
- für die Reparatur aufwenden muss?
- c) Berechnen Sie $E(X)$. (mit Rechenweg!) (2)
3. Die Zufriedenheit mit öffentlichen Verkehrsmittel wird in einer Kleinstadt evaluiert. Unter anderem soll die Frage beantwortet werden, ob Einwohner, die im Stadtzentrum leben - im Vergleich zu den in den Stadtraendern lebenden Einwohnern - zufriedener mit den öffentlichen Verkehrsmitteln sind.

Eine Zufallsstichprobe von 250 Respondenten (wobei hier eine vereinfachte Situation angenommen werden soll: keine Schichtung, keine Klumpung, gleiche Auswahlwahrscheinlichkeit für jeden Einwohner, 100 Prozent Response) ergab folgende Kontingenztabelle:

Evaluation	Lokation	
	Stadtzentrum	Vorstadt
sehr gut	27	18
gut	35	28
schlecht	28	54
sehr schlecht	10	50

Folgende Tabelle (in Prozent) ist berechnet worden:

Evaluation	Lokation	
	Stadtzentrum	Vorstadt
sehr gut	60.0	40.0
gut	55.6	44.4
schlecht	34.1	65.9
sehr schlecht	16.7	83.3

- a) Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?
- (i) Die gegebene Tabelle (in Prozent) zeigt die Verteilung bzgl. der Zufriedenheit fuer alle Standorte.
 - (ii) Die gegebene Tabelle (in Prozent) kann leicht von der originalen Kontingenztabelle folgendermassen berechnet werden: Prozentanteile werden innerhalb jeder Zeile berechnet.
 - (iii) In der gegebenen Tabelle (in Prozent) werden Prozentanteile innerhalb der Totals berechnet.
 - (iv) Der Wert in Zeile 4 und Spalte 1 in der Tabelle mit den Prozenten laesst sich interpretieren als: 16.7 Prozent im Stadtzentrum lebender Respondenten evaluierten die oeffentlichen Verkehrsmittel als sehr schlecht.
 - (v) Der Wert in Zeile 3 und Spalte 1 in der Tabelle mit den Prozenten: 34.1 Prozent der Respondenten welche im Stadtzentrum leben, evaluierten die oeffentlichen Verkehrsmittel als schlecht.

(Lösungsblatt bitte ankreuzen - zB mit einem Plus wenn Aussage korrekt, ein Minus wenn nicht korrekt) (2.5)

- b) Testen Sie nun auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Wohnort (Stadtzentrum oder Vorstadt) einen Einfluss auf die Zufriedenheit hat. (2.5)

4. Die folgenden Daten zeigen die Effekte von zwei Medikamenten (Erhöhung der Stunden an Schlaf verglichen mit einer Kontrollgruppe) an zehn Patienten:

	extra	Gruppe
1	-1.2	1
2	1.1	1
3	0.5	1
4	-1.7	1
5	1.6	1
6	2.5	1
7	0.7	1
8	-0.8	1
9	-0.1	1
10	-2.7	1
11	3.1	2
12	1.4	2
13	3.0	2
14	1.8	2
15	4.5	2
16	2.7	2
17	7.8	2
18	2.9	2
19	2.3	2
20	0.3	2

- a) Zeichnen Sie Boxplots der beiden Gruppen massstabsgetreu nebeneinander (gleiche Skalierung der Boxplots), und geben Sie eine Interpretation der Verteilung Ihrer Daten anhand dieser Boxplots. (3)
- b) Testen Sie, ob die Populationsmittel signifikant verschieden sind. (Signifikanzniveau 0.05) (2)

(Lösungsblatt: Wert der Teststatistik)