Prüfung (Exam)
VU Einführung in wissensbasierte Systeme 2023W, 192.023
29.04.2024

Name:

Matrikelnummer (Student ID):

Kennzahl (Study Code):

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben. *Kein Bleistift*!
(Please give readable answers and use a fountain or ball pen. *No pencil*!)

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! Die minimale Punktezahl pro Multiple-Choice-Block beträgt 0 Punkte.
(Multiple-Choice Questions: Correct answers give positive points, but wrong answers give negative points! You cannot get less than 0 points per multiple-choice block.)

Beispiel (Subtask) 1: **14 Punkte (points)**
Logikbasierte Wissensrepräsentation
(Logic-based knowledge representation)

a) Geben Sie das "Equivalent Replacement Lemma" und das "Equivalent Replacement Theorem" an. Zeigen Sie mit Hilfe von *Interpretationsstrukturen* der Prädikatenlogik erster Stufe und dem "Equivalent Replacement Lemma", dass das "Equivalent Replacement Theorem" gültig ist.

(State the "equivalent replacement lemma" and the "equivalent replacement theorem". Using *first-order interpretation structures* and the "equivalent replacement lemma", show that the "equivalent replacement theorem" is valid.)

4 Punkte (points)

b) Überprüfen Sie, welche Eigenschaften auf die nachfolgend angeführten aussagenlogischen bzw. prädikatenlogischen Formeln zutreffen und kreuzen Sie jeweils alle zutreffenden Eigenschaften an:
(Which properties do the following propositional/first order logic formulas have? Check all correct properties:)

i. $(p \land \neg q) \lor (p \rightarrow q)$

erfüllbar (satisfiable) ☐ widerlegbar (refutable)
Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

ii. $\forall x A(x) \rightarrow (\exists y B(y) \rightarrow (\forall x A(x) \land \exists y B(y)))$

erfüllbar (satisfiable) widerlegbar (refutable)
Tautologie (tautology) Kontradiktion (contradiction)

4 Punkte (points)

c) (i) Übersetzen Sie folgende Formel in Negationsnormalform (NNF):
(Convert the following formula to negation normal form (NNF):)

$$\neg\forall x\forall y\big(P(x,y) \rightarrow Q(y)\big) \lor \neg\exists u\forall v\big(R(u) \lor S(v)\big).$$

(ii) Gegeben sei die folgende Formel:

$$\varphi : (\forall v \forall t[R(v,t) \to R(t,v)]) \to \forall x \forall y \forall z[(R(x,y) \land R(x,z)) \to \exists u(R(y,u) \land R(z,u))]$$

Die NNF der Negation dieser Formel ist folgende Formel:

$$\forall v \forall t[\neg R(v,t) \lor R(t,v)] \land \exists x \exists y \exists z[(R(x,y) \land R(x,z)) \land \forall u(\neg R(y,u) \lor \neg R(z,u))]$$

Verwenden Sie TC1 um zu zeigen, dass die gegebene Formel φ gültig ist. Erklären Sie den Zusammenhang der Schritte und der verwendeten Formeln.

(Consider the following formula:

$$\varphi : \forall v \forall t[R(v,t) \to R(t,v)] \to \forall x \forall y \forall z[(R(x,y) \land R(x,z)) \to \exists u(R(y,u) \land R(z,u))]$$

The NNF of the negation of this formula is the following:

$$\forall v \forall t[\neg R(v,t) \lor R(t,v)] \land \exists x \exists y \exists z[(R(x,y) \land R(x,z)) \land \forall u(\neg R(y,u) \lor \neg R(z,u))]$$

Use TC1 to show that the formula φ is valid. Explain the connection between the steps and the used formulas.)

6 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 2: **14 Punkte (points)**

Description Logic(s)

a) Welche der folgenden *Subsumptionsbeziehungen* gelten für $\mathcal{ALC}$? Begründen Sie, warum oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

(Which of the following *subsumption relations* hold for $\mathcal{ALC}$? Argue why or provide a counterexample.)

(i) $\forall R.(A \sqcap \neg A) \sqsubseteq \forall R.B$

(ii) $\forall R.(A \sqcup B) \sqsubseteq \forall R.A$

(iii) $\exists R.B \sqsubseteq \forall R.(B \sqcup A)$

5 Punkte (points)

b) Nennen Sie 3 wichtige logische Schlussfolgerungen in $\mathcal{ALC}$ (ohne TBox) und erklären Sie den Zusammenhang mit Tableux.

(State 3 important reasoning tasks in $\mathcal{ALC}$ (without a TBox) and explain their relation with tableaux.)

3 Punkte (points)

c) Zeigen Sie durch Verwendung der Tableau-Methode, dass die folgende $\mathcal{ALC}$ ABox erfüllbar ist und geben Sie ein Modell gemäß der Tableau-Methode an.

(Show that the following $\mathcal{ALC}$ ABox $\mathcal{A}$ is satisfiable by using a tableau and provide a model given by the tableau procedure.)

6 Punkte (points)

$$\mathcal{A} = \{R(a,b), \qquad (\forall R.B \sqcap \exists R.A)(a), \qquad \neg(\neg C \sqcap B)(b)\}.$$

Beispiel (Subtask) 3: **14 Punkte (points)**

Nichtmonotones Schließen (Nonmonotonic reasoning):

a) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a, b und c, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen R und S.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a, b, and c, the variable symbol x, and the predicate symbols R and S.)

$$T = \{\forall x(S(x) \to R(x)),\ \exists x R(x),\ \neg R(b),\ S(a)\}.$$

(i) Geben Sie die *Closed-World Assumption* CWA(T) von T an, indem Sie folgende Gleichungen ergänzen:

(Provide the elements of the *closed-world assumption* CWA(T) of T by supplementing the following equations:)

$$T_{asm} = \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$$

$$\mathrm{CWA}(T) = \{\psi \mid \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \models \psi, \psi \ closed\}.$$

3 Punkte (points)

(ii) Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?

(Which of the following properties hold?)

- T ist *vollständig*. (T is *complete*.) — richtig (true) — falsch (false)
- CWA(T) ist *konsistent*. (CWA(T) is *consistent*.) — richtig (true) — falsch (false)

3 Punkte (points)

b) Wie lautet die Definition des *Monotonieprinzips*?
(What is the definition of the *monotonicity principle*?) **2 Punkte (points)**

c) Gegeben seien Default Theorien $T_i = \langle W_i, \Delta \rangle$ und Mengen E_i, für $i = 1, 2, 3$, wo W_i, Δ und E_i wie folgt bestimmt sind:
(Given are default theories $T_i = \langle W_i, \Delta \rangle$ and sets E_i, for $i = 1, 2, 3$, where W_i, Δ and E_i are as follows:)

$$\Delta = \left\{ \frac{\top : R(x), \neg P(x)}{Q(x)}, \frac{P(x) : \neg R(x), \neg Q(x)}{R(x) \land P(x)}, \frac{P(x) \land R(x) : Q(x)}{Q(x)} \right\};$$

$$\begin{array}{lll} W_1 = \{P(a), Q(b)\}, & W_2 = \{Q(a), P(a)\}, & W_3 = \{R(a), \neg Q(a)\}; \\ E_1 = Cn(W_1), & E_2 = Cn(W_2), & E_3 = Cn(W_3 \cup \{\neg P(a)\}). \end{array}$$

Markieren Sie die korrekten Aussagen:
(Check the correct statements:)

(i) E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.
(E_1 is an extension of the default theory $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.)
richtig (true) falsch (false)

(ii) E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.
(E_2 is an extension of the default theory $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.)
richtig (true) falsch (false)

(iii) E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.
(E_3 is an extension of the default theory $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.)
richtig (true) falsch (false)

6 Punkte (points)

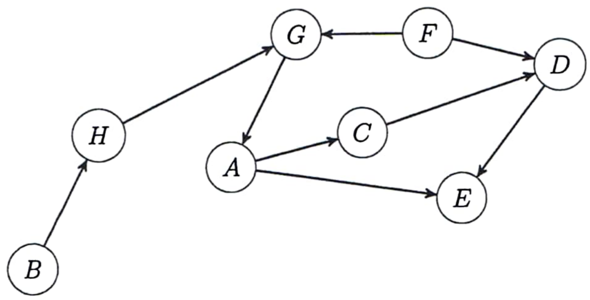
Beispiel (Subtask) 4: **14 Punkte (points)**

Probabilistisches Schließen (Probabilistic reasoning):

a) Nennen und erklären Sie die drei Arten von Zufallsvariablen, die in der Vorlesung besprochen wurden.
(Name and explain the three types of random variables which were discussed in the lecture.) **6 Punkte (points)**

b) Wie berechnet sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung $\mathrm{P}(V_1, \ldots, V_n)$ in einem *Bayes'schen Netz* über den Variablen $V_1, \ldots, V_n$?
(How is the joint probability distribution $\mathrm{P}(V_1, \ldots, V_n)$ calculated in a *Bayesian network* over variables $V_1, \ldots, V_n$?) **2 Punkte (points)**

c) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:
(Consider the following graph of a *Bayesian network*:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

(i) H ist bedingt unabhängig von D bei Evidenz A und B.
(H is conditionally independent from D given evidence A and B.)
richtig (true) falsch (false)

(ii) C ist bedingt unabhängig von E bei Evidenz G und F.
(D is conditionally independent from A given evidence E and C.)
richtig (true) falsch (false)

(iii) D ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz E und C.
(D is conditionally independent from A given evidence E and C.)
richtig (true) falsch (false)

6 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 5: **14 Punkte (points)**

Answer-Set Programming

a) Geben Sie ein ASP-Core-2 Programm P, welches ein *minimales Vertex Cover* eines Graphen berechnet.

Beachten Sie: Sei $G = \langle V, E\rangle$ ein Graph, wobei V die Menge der Knoten und E die Menge der Kanten des Graphen ist. Ein *Vertex Cover* ist eine Teilmenge S der Knotenmenge V sodass jede Kante von G mindenstens einen Knoten in S besitzt. Ein Vertex Cover S ist *minimal* wenn es kein Vertex Cover S' gibt, sodass $|S'| < |S|$.

Verwenden Sie folgende Prädikate für Ihr Programm:

- `vertex(v)`: v ist ein Knoten,
- `edge(u, v)`: (u, v) ist eine Kante in E,
- `cover(v)`: v ist Teil des Vertex Cover.

(Using ASP Core-2, find a program P, which which computes a *minimum vertex cover* of a graph.

Note: Let $G = \langle V, E\rangle$ be a graph, where V is the set of vertices and E is the set of edges of the graph. A *vertex cover* is a subset S of the set of vertices V such that each edge of G has at least one vertex in S. A vertex is cover S is a *minimum* vertex cover, if there is no vertex cover S' such that $|S'| < |S|$.)

Use the following predicates for your program:

- `vertex(v)`: v is a vertex,
- `edge(u, v)`: (u, v) is an edge in E,
- `cover(v)`: v is part of the vertex cover.)

6 Punkte (points)

b) Erklären sie das *Guess-and-Check Paradigma* der Answer-Set Programmierung and geben Sie ein Beispiel. Welche Möglichkeiten gibt es den *Guess*-Teil zu verwirklichen.
(Explain the *guess-and-check paradigm* of Answer-Set Programming and give an example. What are the possibilites to realise the *Guess*-Part?)

4 Punkte (points)

c) Kreuzen Sie bei den folgenden Aussagen an, ob sie richtig sind oder nicht.
(Check whether the following propositions are true or not.)

(i) Jede Teilmenge von $\{a, b, c\}$ außer $\emptyset$ ist ein Answer Set von $P = \{a \vee b \vee c :- .\}$.
(Every subset of $\{a, b, c\}$ except $\emptyset$ is an answer set of $P = \{a \vee b \vee c :- .\}$.)
richtig (true) falsch (false)

(ii) Eine disjunktive Regel in ASP kann immer durch mehrere nicht-disjunktive Regeln ersetzt werden.
(A disjunctive rule in ASP can always be replaced by several non-disjunctive rules.)
richtig (true) falsch (false)

(iii) Das folgende Answer-Set Programm ist Horn:
(The following answer-set program is Horn:)
$\{\ q(a). \quad \neg p(a) :- q(a). \quad t(a) :- t(a).\}$
richtig (true) falsch (false)

(iv) Die folgende Regel ist ein Constraint:
(The following rule is a constraint:)
$:- \ s(X, Y), r(X), r(Y).$
richtig (true) falsch (false)

4 Punkte (points)