Impuls und Energie
Erhaltungssätze in der Physik

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- Impuls ist nicht das gleiche wie *Geschwindigkeit*.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$0 = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow$$

$$\rightarrow p = const.$$

Energie

- Es gibt ein Faktum, anders ausgedrückt, ein Gesetz, das alle Naturphänomene beherrscht, welche bis heute bekannt sind.
- Es gibt **keine bekannte Ausnahme zu diesem Gesetz** - soweit wir wissen, ist es exakt.
- Dieses die Gesetz wird **Energieerhaltung** genannt.
- Es sagt, dass es eine **gewisse Größe** gibt, welche wir Energie nennen, die sich bei den vielfachen Änderungen, die in der Natur vor sich gehen, nicht ändert.

- Gravitationsenergie,
- kinetische Energie,
- Wärmeenergie,
- elastische Energie,
- elektrische Energie,
- chemische Energie,
- Strahlungsenergie,
- Kernenergie,
- Massenenergie

Kraft - Arbeit - Energie

Kraft, die man entlang eines Weges verrichtet führt auf eine Größe, die wir Arbeit nennen.

$$W = \sum_{Wegteile\ i} \vec{F} \cdot \vec{r}_i \rightarrow \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$1kg \quad m^2 \quad s^{-2} = 1Nm = 1Joule = 1J$$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt}$$

- Die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit nennt man Leistung.

Einheit: N m /s = Watt

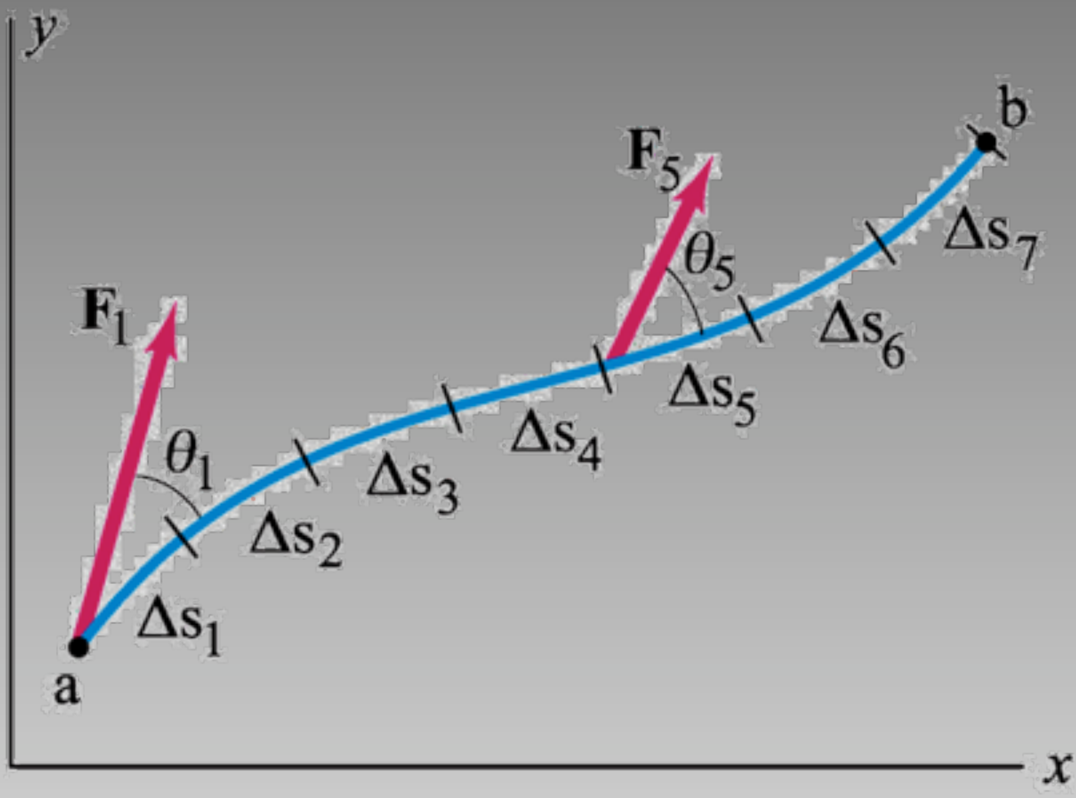
Kinetische Energie

$$W_{net} = \int \vec{F}_{net} d\vec{r}$$

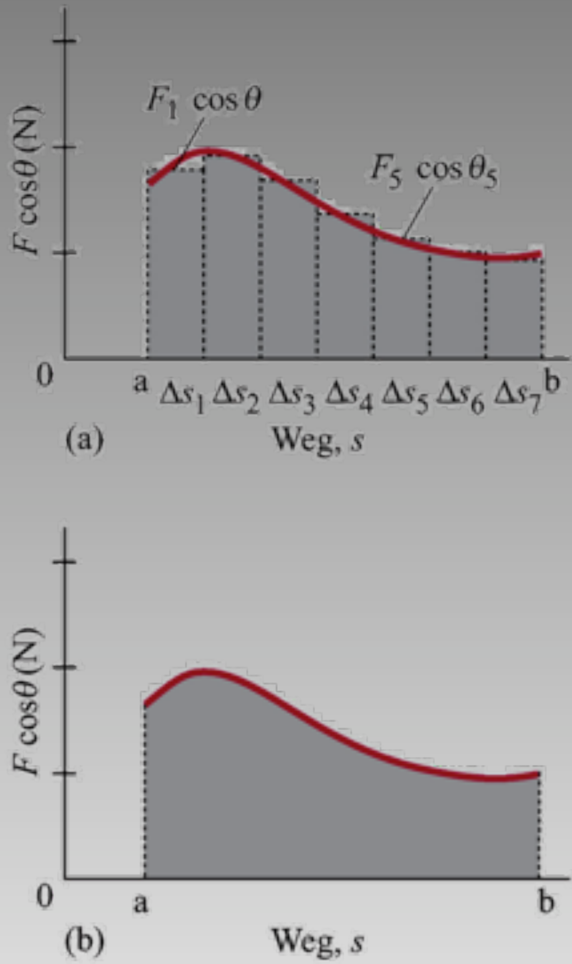
Arbeit die zu einer Änderung der Geschwindigkeit führt

Arbeit, die auf Grund der Geschwindigkeit eines Körpers verrichtet werden kann

Arbeit gegen Reibung – Reibung verrichtet negative Arbeit – Netto: Arbeit 0



Ein Massenpunkt, auf den eine veränderliche Kraft **F** wirkt, bewegt sich entlang der dargestellten Bahn von Punkt a



Die durch eine Kraft **F** verrichtete Arbeit ist (a) annähernd gleich mit der Summe der Flächen der Rechtecke, (b) genau gleich mit der Fläche unter der Kraft-Weg-Kurve.

Kinetische Energie

$$W_{net} = \int F_{net} dx$$

$$W_{net} = \int F_{net} dx = \int m \frac{dv}{dt} dx = \int m dv \frac{dx}{dt}$$

$$W_{net} = \int m v dv = \frac{1}{2} m v^2$$

Kinetische Energie

$$W_{net} = \int mvdv = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{1}{2}\left(mv_2^2 - m_1^2 v_1^{\ 2}\right)$$

Die am System verrichtete Arbeit erhöht, je nach Situation:

Die kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Die Potentielle Energie

$$E_{pot,gravitat} = mgh$$

Ein Kraftfeld F(r) heißt “konservativ”, wenn die Arbeit nur von den Endpunkten des Weges und nicht vom Weg selbst abhängt.

z.B. Im Gravitationsfeld

$$E_{pot,grav} = W = -\int_{\infty}^{r} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r} \frac{GMm}{r^2} dr = -m \boxed{\frac{GM}{r}}$$

Potential

Das elektrische Feld einer Punktladung

Analoge Vorgangsweise für elektrisches Feld

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Elektrisches Feld

$$E_{pot,el} = W = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = Q\cdot\int_{\infty}^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,dr = Q\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right) = Q(U(r_1) - U(r_2))$$

Elektrisches Potential

-Spannung(sdifferenz)

Näherung für Schwerkraft auf Erde

$$\int_{h_1}^{h} -Gm_E \frac{m}{r^2}\,dr = Gm_E \frac{m}{r}\Bigg|_{h_1}^{h} = Gm_E m\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_1}\right) =$$

$$= Gm_E m \frac{h_1 - h}{h \cdot h_1} \approx$$

$$= \boxed{-Gm_E \frac{m}{h_1^2}(h - h_1)^1} + Gm_E \frac{m}{h_1^3}(h - h_1)^2 - Gm_E \frac{m}{h_1^4}(h - h_1)^3 + \ldots.$$

$$\Phi\big(P(x,y,z)\big) = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E}(x,y,z) = -grad\Phi(x,y,z) = -\nabla\Phi(x,y,z)$$

Elektrischer Fluss:

✓Durch das Vorhandensein von Ladungen wird der Raum zwischen ihnen verändert;

✓es entsteht in ihm ein elektrisches Feld, dargestellt durch Feldlinien, die durch ihre Dichte and ihre Richtung den Feldstärkevektor in jedem Raumpunkt charakterisieren.

✓Die Feldlinien gehen von den positiven Ladungen aus und enden auf den negativen.

Def: El. Fluss

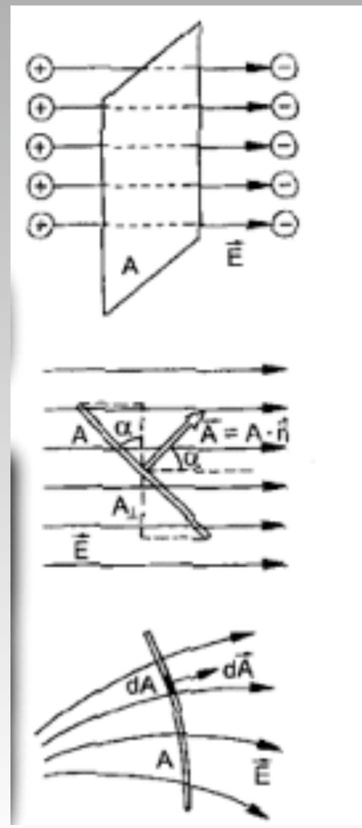
$$d\Psi = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Psi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Psi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot \underbrace{dA}_{R^2 \sin\vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\Psi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho \cdot dV}$$

Gauß`scher Satz



$$E = -grad\Phi(x,y,z) = -\nabla\Phi$$

$$div \cdot E = -div \cdot grad\Phi(x,y,z) = -\underbrace{\Delta}_{Laplace}\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Poisson Gleichung

Laplace Gleichung (ρ =0)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -div \bullet grad\Phi = -\Delta\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Berechnung der Felder für spezielle Ladungs-(Potential-)verteilungen

- Oft sehr einfach aus Gauß`schem Satz möglich
  - Viele wichtige Aussagen daraus ableitbar
- Überlagerung einfacher (Potential-,Ladungs-) Feld-verteilungen
  (z.B. Punktladungen, geladene Kugel)
- Numerische Verfahren zur Lösung der Poisson (Laplace-) Gleichung.

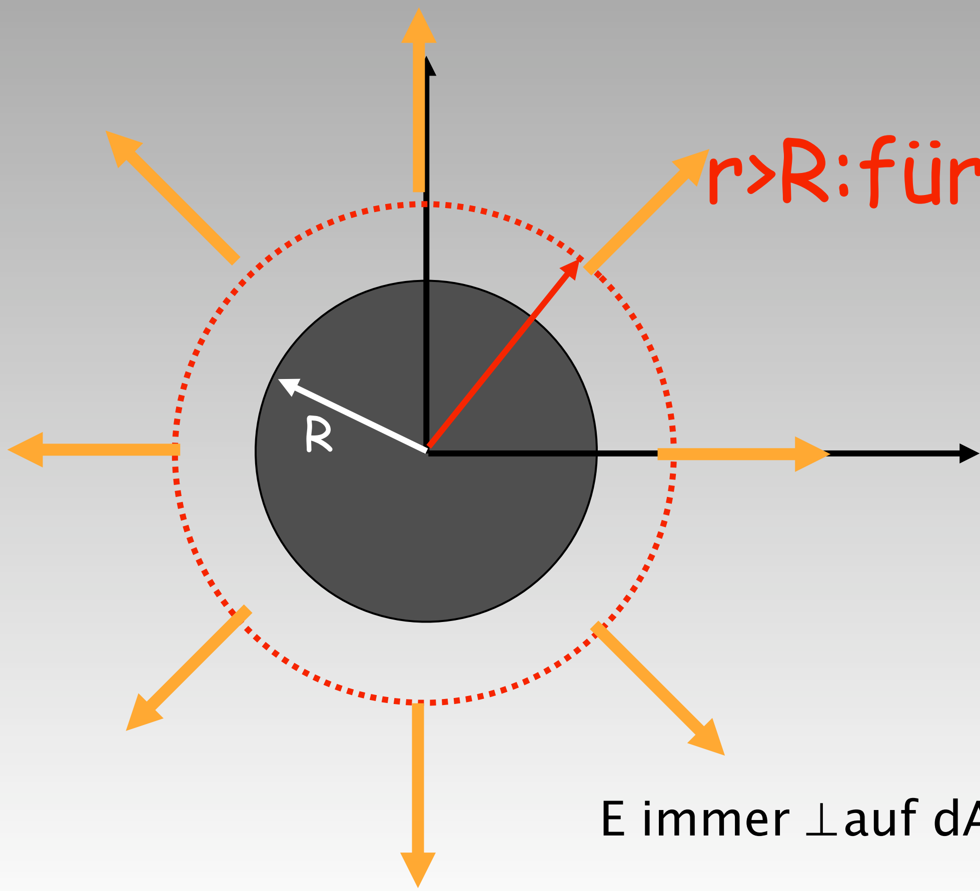
Feld einer kugelförmigen Ladungsverteilung

$$\Psi = \boxed{\underbrace{\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}}_{4\pi \cdot r^2 E}^{Kugeloberfläche}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho \cdot dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad 4\pi \cdot r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

r>R:für alle r Ladun gleich

$$E_{aussen} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^2 \varepsilon_0}$$



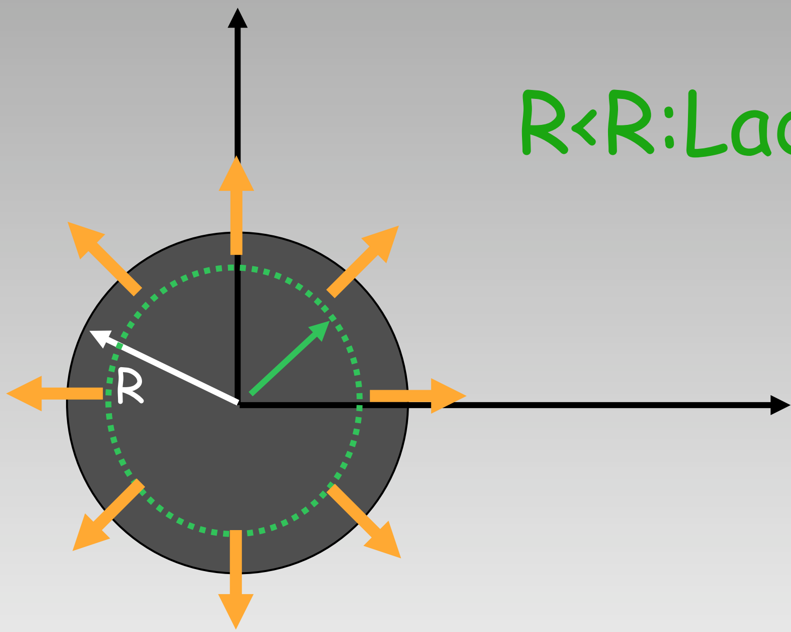
E immer ⊥auf dA!

Feld einer kugelförmigen Ladungsverteilung

$$\Psi = \boxed{\underbrace{\oint_{\text{Kugeloberfläche}} \vec{E}\cdot d\vec{A}}_{4\pi\cdot r^2 E}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\cdot dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad 4\pi\cdot r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0}\frac{r^3}{R^3}$$

R<R:Ladung hängt von r ab!



$$E_{innen} = \frac{Q\cdot r}{4\pi\cdot R^3\varepsilon_0}$$

E immer ⊥auf dA!

Feld einer Hohlkugel im inneren

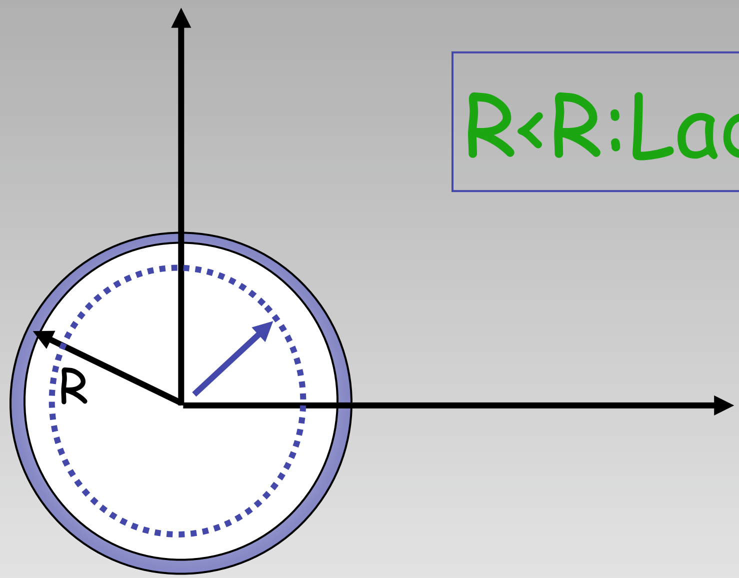
$$\Psi = \underbrace{\oint_{\text{Kugeloberfläche}} \vec{E}\cdot d\vec{A}}_{4\pi\cdot r^2 E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\cdot dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad 4\pi\cdot r^2 E = 0$$

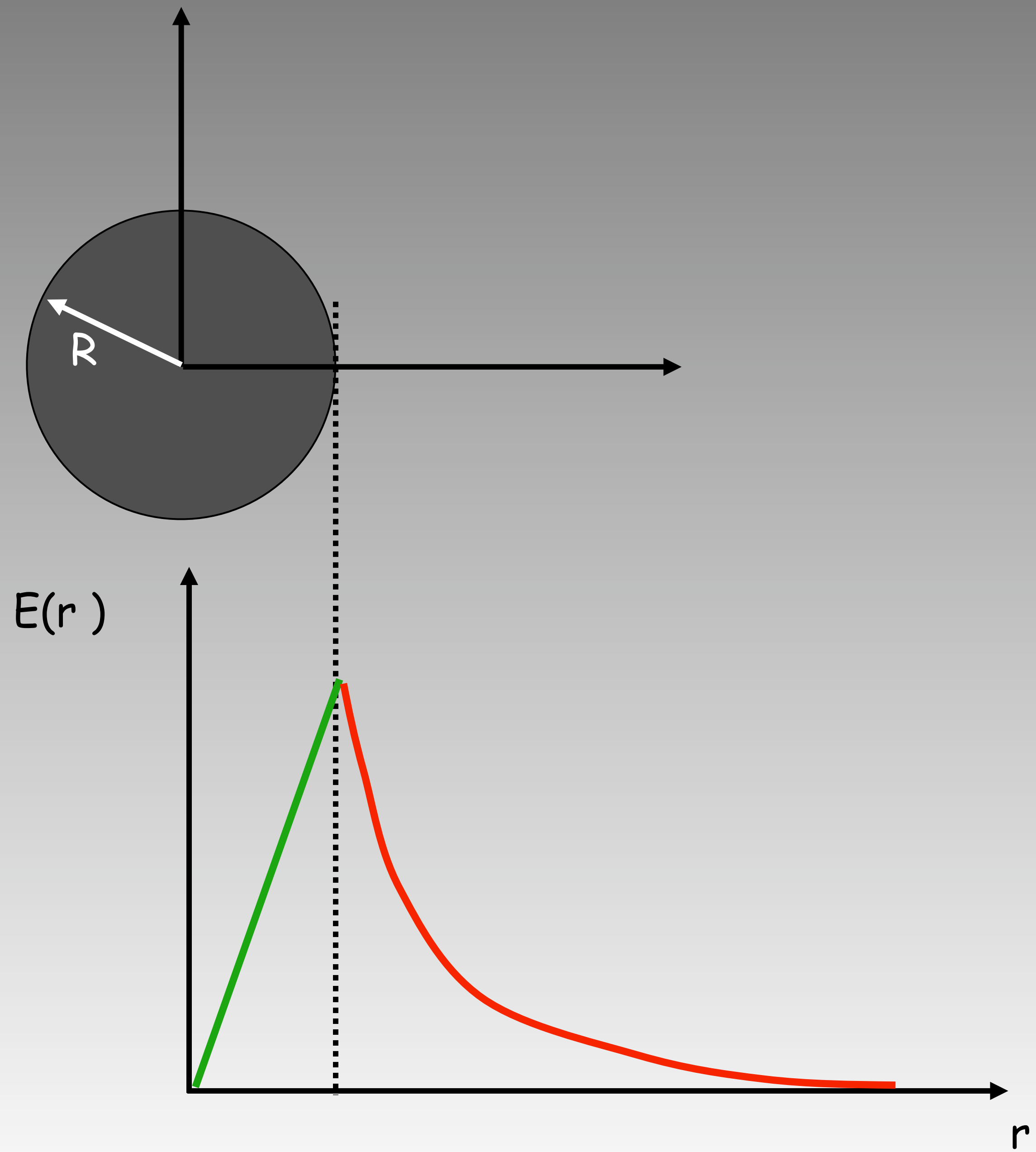
R<R:Ladung hängt von r ab!

$$\Downarrow$$

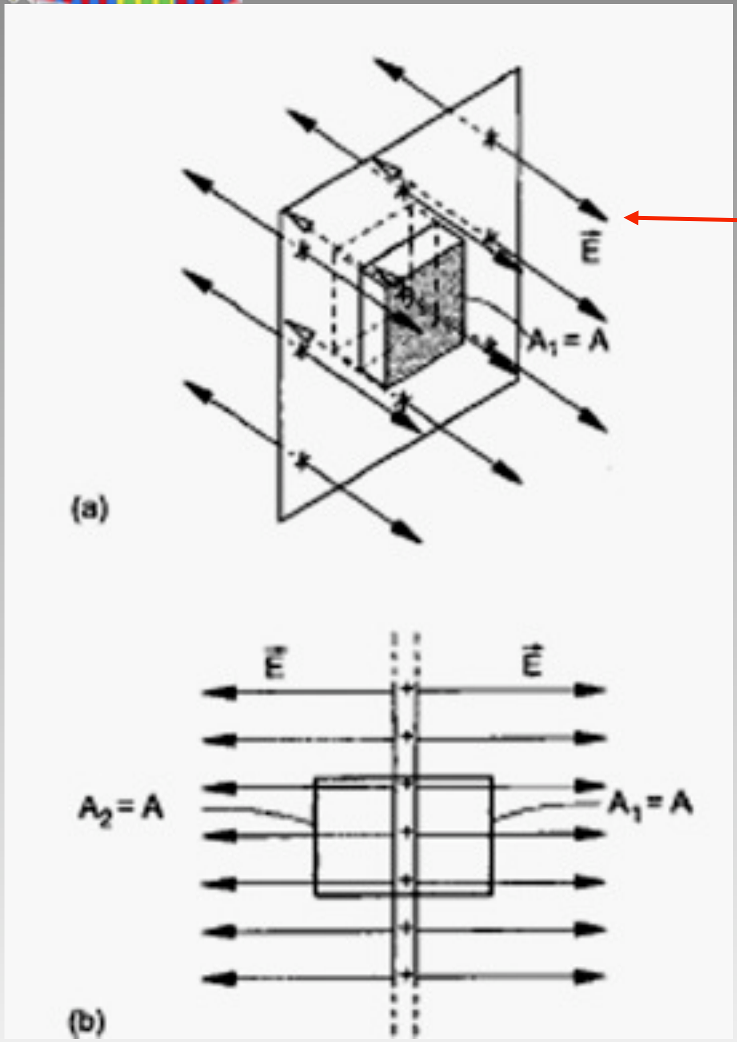
$$E_{innen} = 0$$



E immer ⊥auf dA!

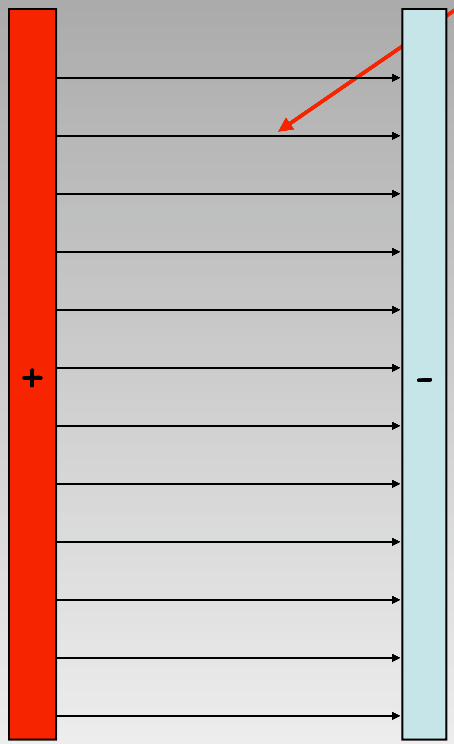

R
E(r)
r

Feld einer ebenen Ladungsverteilung
(unendlich ausgedehnt, Flächenladungsdichte σ)



$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Feld und Potential zwischen zwei ebenen geladenen Platten (unendlich ausgedehnt, Flächenladungsdichte σ)



$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}}$$

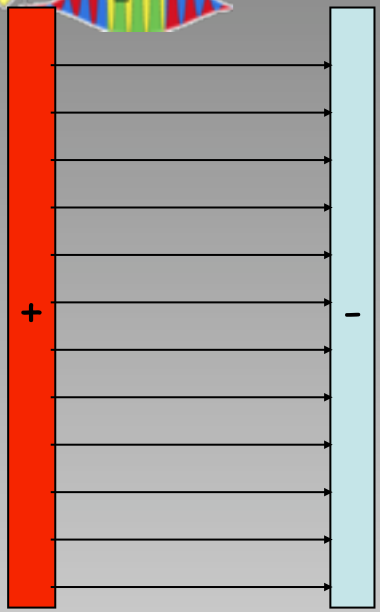
$$U(Platten) = \Phi(2) - \Phi(1) = \int_0^d E \cdot dx = \frac{Q \cdot d}{A\varepsilon_0}$$

$$U = \frac{Q \cdot d}{A\varepsilon_0} = \frac{Q}{\boxed{C}}$$

Kapazität

[C]=1Coulomb/Volt=1 Farad

Serien und Parallelschaltung von Kondensatoren

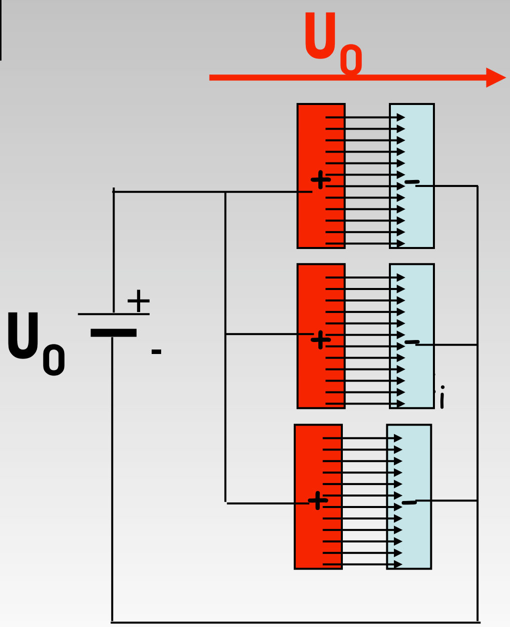


$$U = \frac{Q \cdot d}{A\varepsilon_0} = \frac{Q}{\boxed{C}}$$

Kapazität

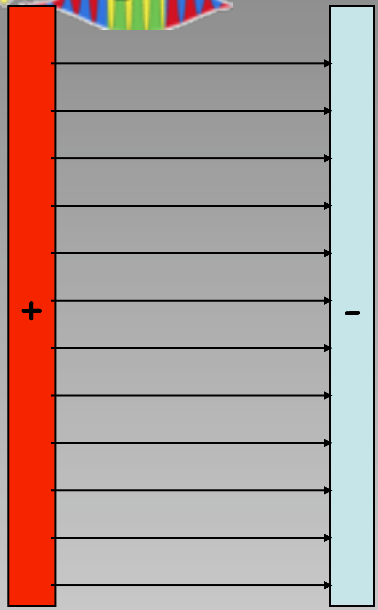
$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d}}$$

Maß für gespeicherte Ladung



$$C = \sum C_i$$

Serien und Parallelschaltung von Kondensatoren

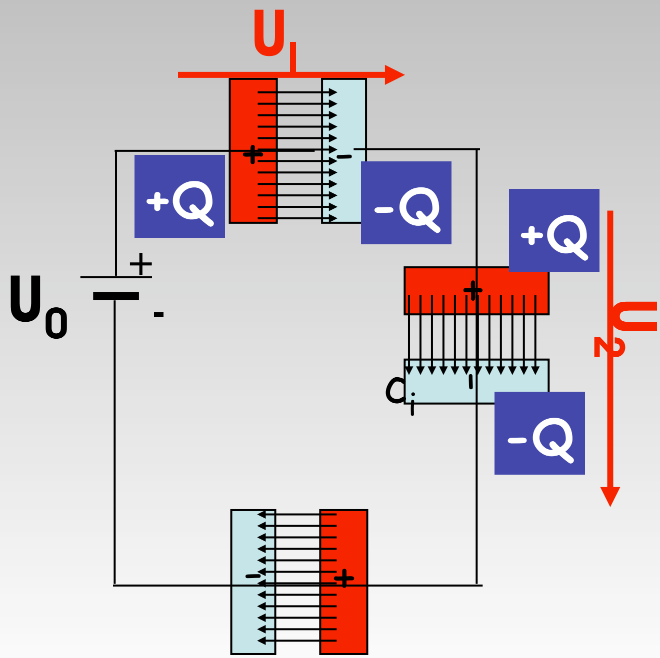


$$U = \frac{Q \cdot d}{A\varepsilon_0} = \frac{Q}{\boxed{C}}$$

Kapazität

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d}}$$

Maß für gespeicherte Ladung



$$U_0 = \sum U_i$$

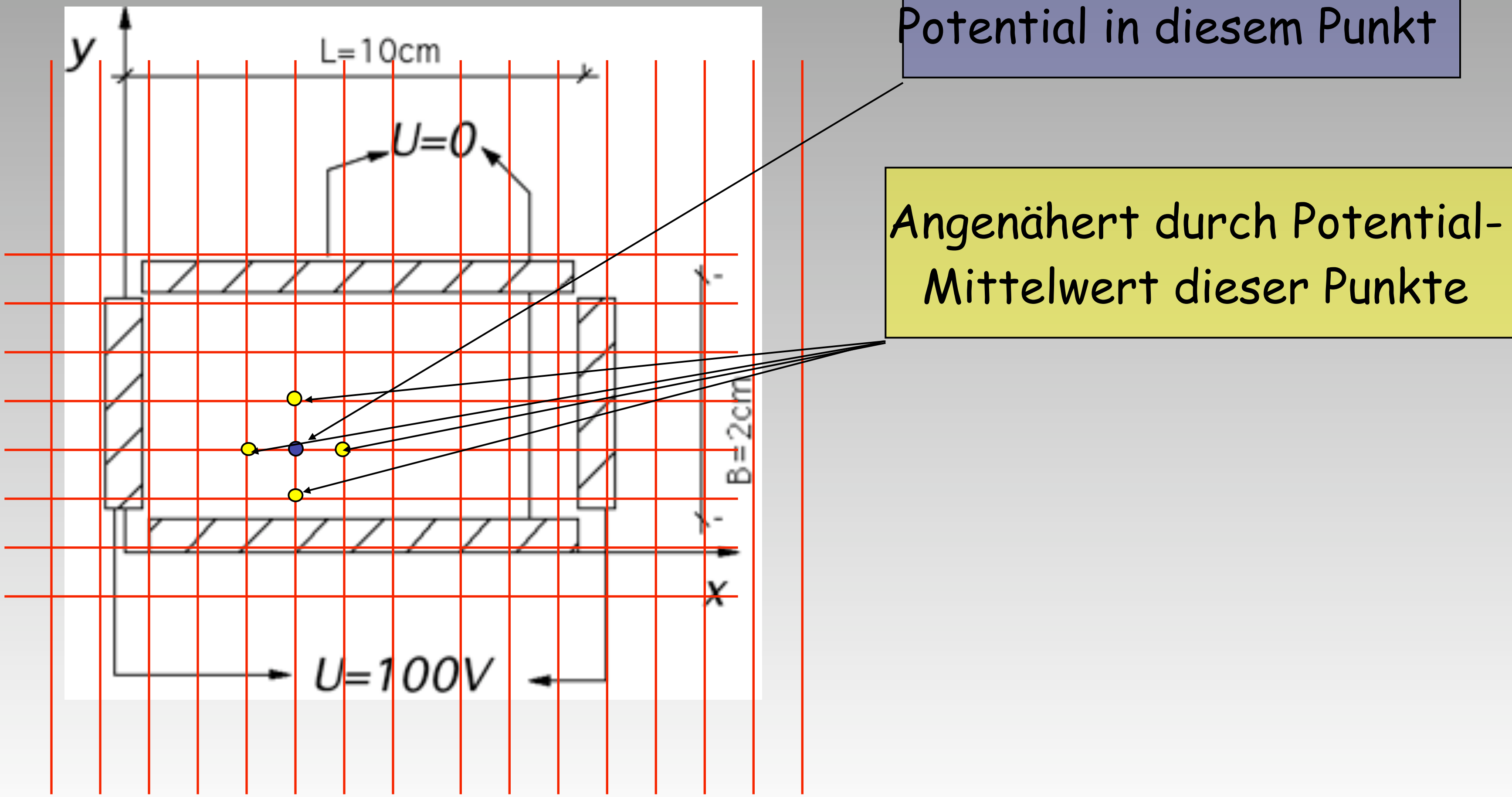
$$U_0 = \sum \frac{q_i}{C_i} = Q \sum \frac{1}{C_i} \rightarrow$$

$$\frac{U_0}{Q} = \boxed{\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}}$$

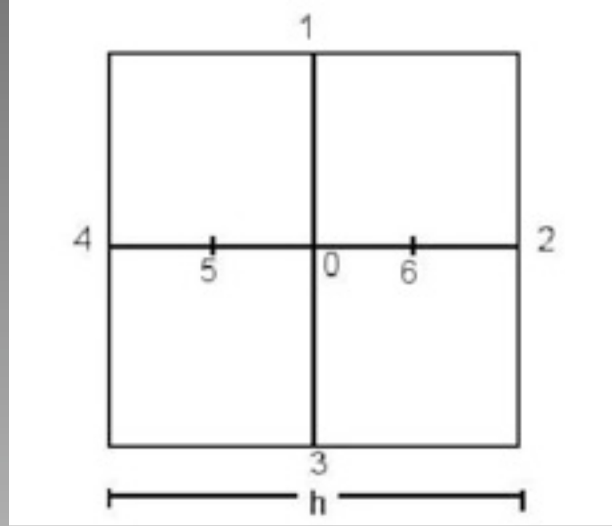
file://localhost/CliXX_Physik/auto/kap17/applets/cd560.htm

Potentialberechnung mit Laplacegleichung

$$\underbrace{\Delta}_{\substack{Laplace \\ div\ \ grad}} \Phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} (= 0)$$



Relaxationsmethode



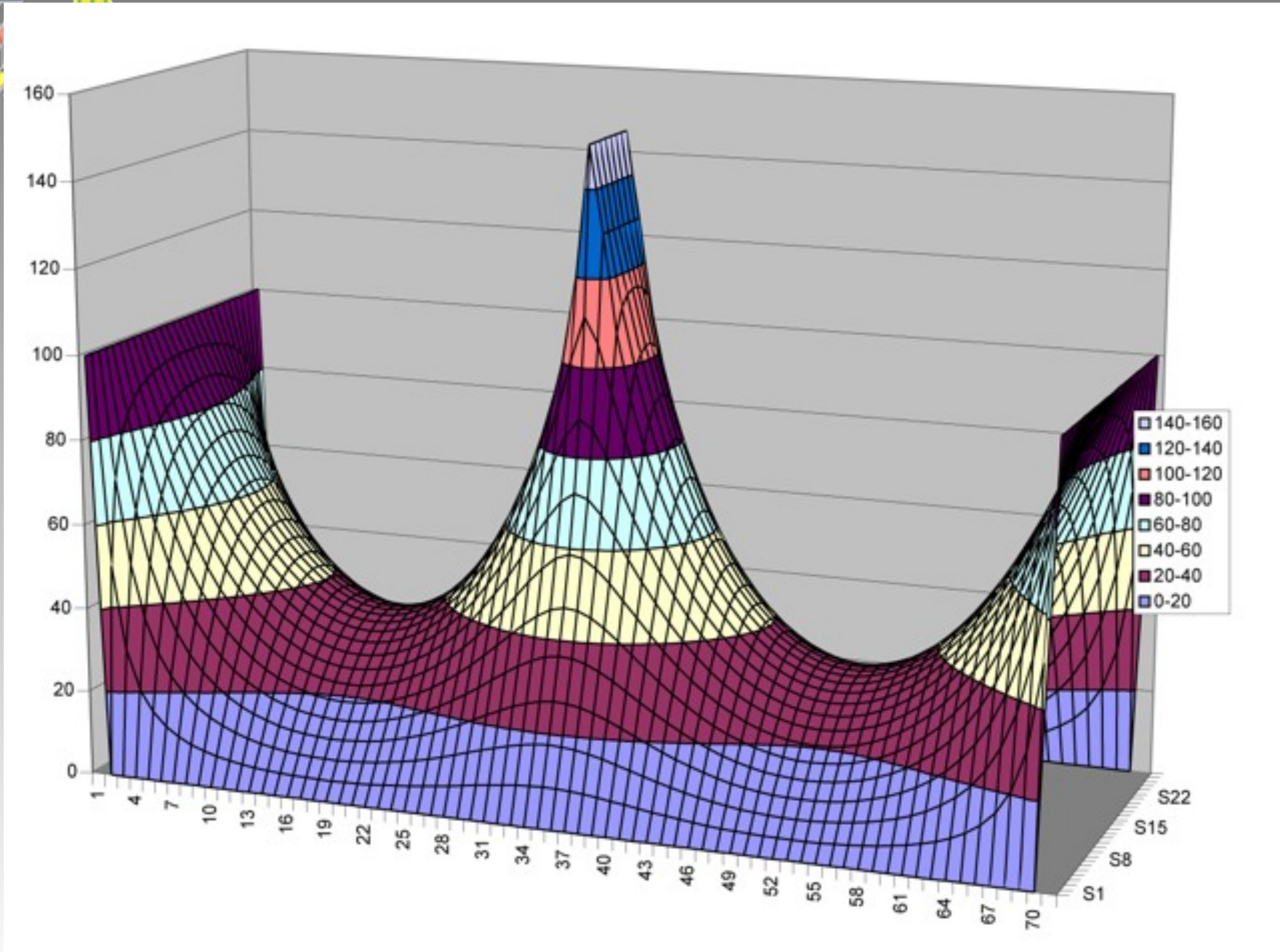
$$-div \cdot grad\Phi(x,y) = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = 0$$

$$\Phi'_{5x} = \frac{\Phi_0 - \Phi_4}{h/2} \quad und \quad \Phi'_{6x} = \frac{\Phi_2 - \Phi_0}{h/2}$$

$$\Phi''_{0x} = \frac{\Phi'_6 - \Phi'_5}{h} = 2\frac{\Phi_2 - \Phi_0 - (\Phi_0 - \Phi_4)}{h^2} = 2\frac{\Phi_2 + \Phi_4 - 2\Phi_0}{h^2}$$

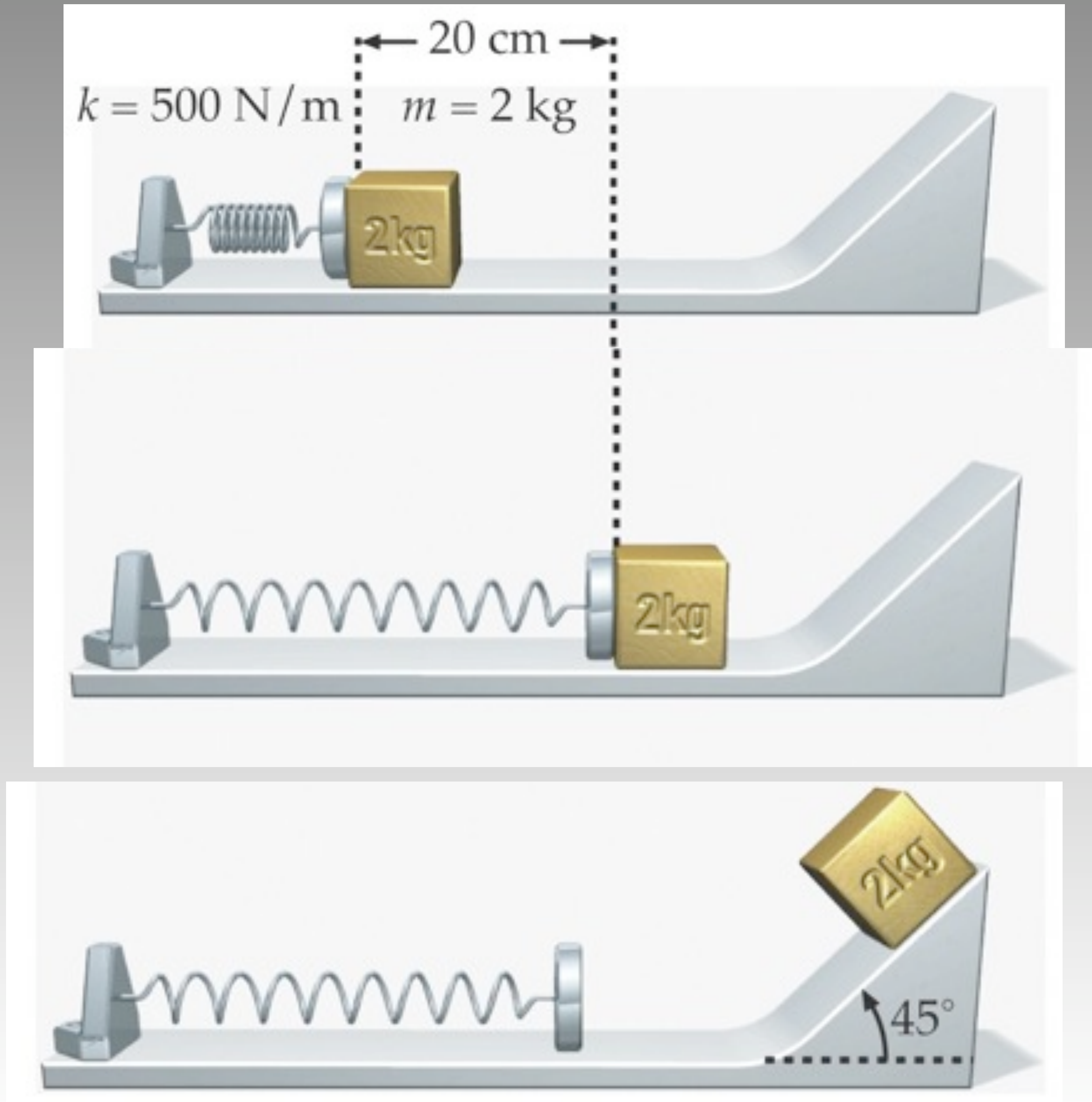
$$\Phi''_{0y} = 2\frac{\Phi_1 + \Phi_3 - 2\Phi_0}{h^2}$$

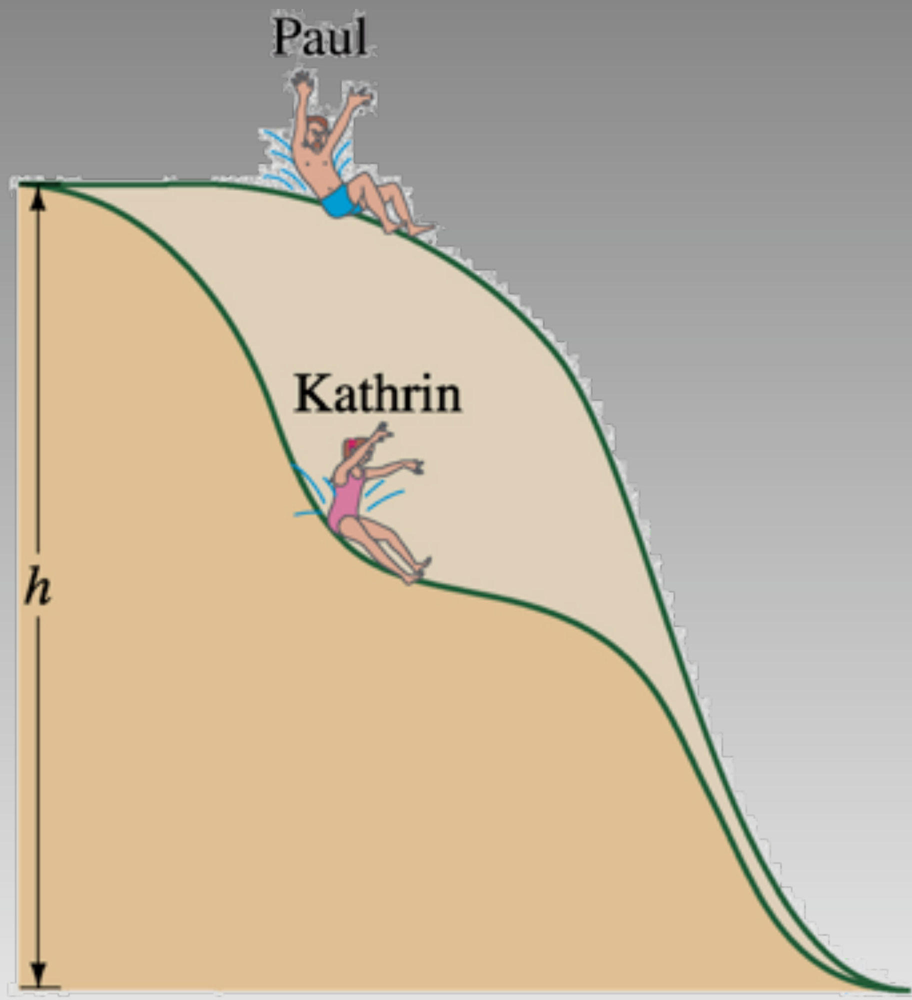
$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = 0 = 2\frac{\Phi_2 + \Phi_4 - 2\Phi_0}{h^2} + 2\frac{\Phi_1 + \Phi_3 - 2\Phi_0}{h^2} \rightarrow \qquad \Phi_0 = \frac{\Phi_2 + \Phi_4 + \Phi_1 + \Phi_3}{4}$$

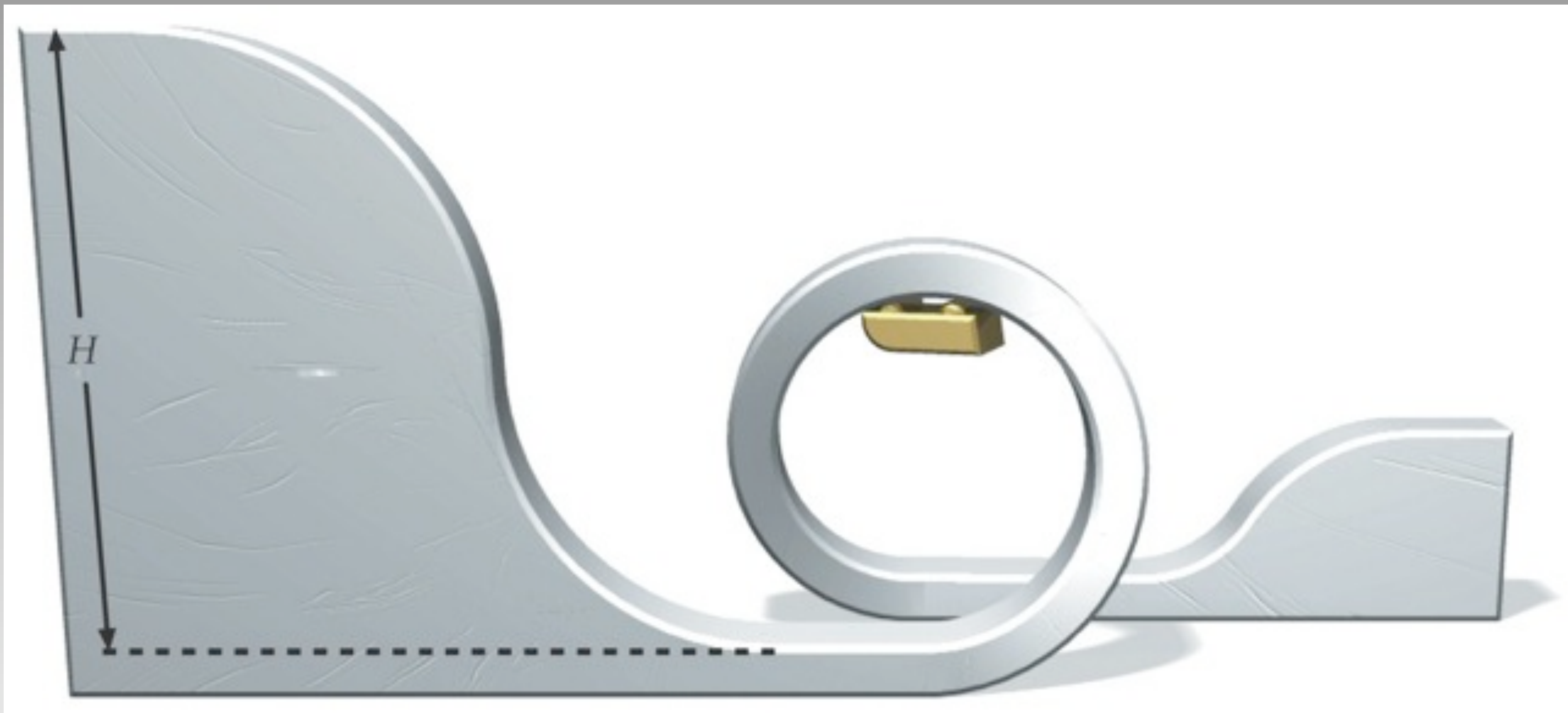


160
140
120
100
80
60
40
20
0
1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 55 58 61 64 67 70
S1 S8 S15 S22
140-160
120-140
100-120
80-100
60-80
40-60
20-40
0-20

Anwendungen des Energiesatzes




Paul
Kathrin
h


H