

- Bei einer Umfrage über die Pflicht zur Einführung von Nichtraucherzonen in Gaststätten wurden 293 Personen befragt, von denen sich 145 für die Einführung aussprachen. Testen Sie, ob sich weniger als die Hälfte der Grundgesamtheit für die Einführung aussprechen würde (Signifikanzniveau 0.05). (3)
(Lösungsblatt: Testergebnis)
- In Tabelle 1 sind Abweichungen (in dB) von stündlich gemittelte Lautstärkemessungen an 24 darauffolgenden Stunden in einer Wiener Wohnung vom zumutbaren Durchschnittswert 60dB dargestellt.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Zeit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Abweichung	-16	-14	-1	-20	-4	-7	-10	8	5	17	6	9	3	8	2

	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Zeit	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Abweichung	10	-3	-2	26	23	27	15	11	28

Tabelle 1: Abweichungen der Lautstärke vom zumutbaren Durchschnittswert.

Es kann angenommen werden, dass die zugrunde liegende Verteilung der Population normalverteilt ist.

Wird der zumutbare Wert im Tagesschnitt überschritten? (Signifikanzniveau 0.01)

(Lösungsblatt: Wert der Teststatistik)

(2)

- Abbildung 1 zeigt einen Scatterplot. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

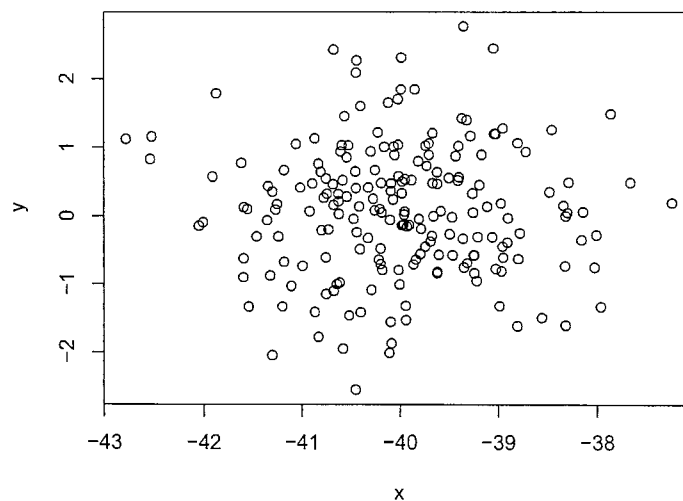


Abbildung 1: Scatterplot

- Die Daten sind standardisiert.
- Die Standardabweichung von Y ist mindestens 6.
- Das Mittel von Y ist mindestens 30.
- Die Korrelation ist mindestens 0.8.
- Für $X = -40.8$ wird der Wert von Y in etwa bei 0 erwartet.

(2.5)

(Lösungsblatt ankreuzen - zB ein Plus wenn zutreffend, ein Minus wenn nicht)

4. Folgende Stichprobe beinhaltet 10 Beobachtungen² über (Haushalts-)Einkommen von Personen in Österreich und deren Stichprobengewichte³:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
eqIncome	32505	22225	26471	29440	23141	28202	26401	31014	24771	50551
weights	519	515	493	528	536	481	494	652	642	505

Die Beurteilung von Ungleichheit von Einkommen (Einkommensschere) ist von zentraler Bedeutung für die Politik. Ein oft verwendeter und beliebter Indikator, die Ungleichheit von oberen und unteren Einkommen zu beurteilen, ist der sogenannte Quintile-Share-Ratio (QSR).

Sei $q_{0,2}$ und $q_{0,8}$ das gewichtete 20% und 80% Quantile von den Stichprobenwerten $x_i, i = 1, \dots, n$ und Gewichten $w_i, i = 1, \dots, n$.

Mit $I_{\leq q_{0,2}} := \{i \in \{1, \dots, n\} : x_i \leq q_{0,2}\}$ und $I_{\geq q_{0,8}} := \{i \in \{1, \dots, n\} : x_i \geq q_{0,8}\}$ lautet die Schätzung des QSR:

$$\widehat{QSR} := \frac{\sum_{i \in I_{\geq q_{0,8}}} w_i x_i}{\sum_{i \in I_{\leq q_{0,2}}} w_i x_i}$$

- (a) Schätzen Sie den QSR mit ihren Daten⁴.
- (b) Betrachten Sie die Formel und geben Sie eine Interpretation des QSR. Ist er ausserdem empfindlich gegenüber Ausreisser?

(Lösungsblatt: \widehat{QSR})

(2.5 + 2)

5. Gegeben sei folgende Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{x^2}{6} & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{6} + \frac{1}{3}(x-1) & \text{für } 1 \leq x < 3 \\ -\frac{x^2}{6} + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} & \text{für } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{für } x \geq 4 \end{cases}$$

$\frac{1}{6} + \frac{x}{3} - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{1}{6}$

- a) Berechnen Sie die zugehörige Dichtefunktion.
- b) Berechnen Sie ausserdem den Erwartungswert $E(X)$.
- c) Es liegt eine Stichprobe vom Umfang $n = 44$ vor, die bereits in 4 Klassen $K_j (j = 1, \dots, 4)$ eingeteilt wurde. Man erhielt die folgenden absoluten Klassenhäufigkeiten H_j :

K_j	[0, 1)	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)
H_j	10	13	13	8

Überprüfen Sie mit einem geeigneten Testverfahren (Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$), ob die Grundgesamtheit nach der oben gegebenen Verteilungsfunktion $F(x)$ verteilt ist.

(Lösungsblatt: Erwartungswert, Wert der Teststatistik)

(2+2+4)

²Seriöse Aussagen können erst bei viel größeren Stichproben getätigt werden, aber zur einfacheren Berechnung mit dem Taschenrechner während der Prüfung wurde nur ein kleines Subsample gezogen.

³Ein Stichprobengewicht repräsentiert, vereinfacht gesprochen, die erwartete Anzahl von Personen mit gleichen Eigenschaften.

⁴Da jede Person/Haushalt eine unterschiedliche Auswahlwahrscheinlichkeit hat, müssten streng genommen auch die Quantile in gewichteter Form berechnet werden. Da dies in der Vorlesung und Übung nicht besprochen wurde, dürfen Sie die Schätzung der Quantile ungewichtet durchführen.