

Beispiel 160 (MA2 Sammlung)

LVA 118.153, Übungsrunde 11, 22.06.

Markus Nemetz, markus.nemetz@tuwien.ac.at, TU Wien, 05/2006

1 Angabe

Vom neuesten Modell eines Mobiltelefonproduzenten werden im Weihnachtsgeschäft 3000 Stück abgesetzt, nach 12 Monaten sind davon nur mehr 2820 Stück in Betrieb. Unter der Annahme, dass die monatliche Ausscheiderate proportional zur Nutzungsdauer ist, bestimme man die Anzahl $y(t)$ der in Betrieb stehenden Mobiltelefone (von den ursprünglich 3000 Stück) in Abhängigkeit von ihrer Verwendungsdauer t , sowie die längste Nutzungsdauer.

2 Lösung des Beispiels

Wir setzen $y(t)$ als eine in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Monaten) stehende Funktion fest, welche die Anzahl der sich noch im Betrieb befindlichen Mobiltelefone zum Zeitpunkt t wiedergibt:

- am Beginn 3000 Mobiltelefone
- $y(12) = 2820$ - nach 12 Monaten 2820 Mobiltelefone in Betrieb

Da wir zunächst nur Daten für die Ausscheiderate zur Verfügung haben, können wir zunächst nur die Funktion $y'(t)$ beschreiben, welche die Ausscheidung zum Zeitpunkt t beschreibt. Diese setzt sich zusammen aus der Dauer in Monaten (t) und einem Koeffizienten p , welcher das proportionale Verhältnis von Ausscheiderate und Nutzungsdauer beschreibt, also:

$$y'(t) = t \cdot p$$

Wir sehen auch: je grösser dieser Koeffizient ist, umso länger ist die Nutzungsdauer! $y(t)$ erhalten wir durch Integration von $y'(t)$:

$$\begin{aligned} y'(t) &= t \cdot p & | \int dt \\ y(t) &= p \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2 + c \end{aligned}$$

c entspricht dabei dem Anfangsbestand der Mobiltelefone; nun berechnen wir uns durch $y(12)$ die Unbekannte p :

$$y(12) = 2820 = p \cdot \frac{1}{2} \cdot 12^2 + 3000 \quad \Rightarrow \quad p = -\frac{5}{2}$$

$y(t)$ lautet somit komplett:

$$y(t) = \frac{1}{2} \cdot -\frac{5}{2}t^2 + 3000 = -\frac{5}{4}t^2 + 3000$$

Die längste Nutzungsdauer errechnen wir, indem wir $y(t) = 0$ setzen:

$$0 = -\frac{5}{4}t^2 + 3000 \quad \Rightarrow \quad t = 48.9898$$

Die längste Nutzungsdauer beträgt somit etwa 49 Monate, also etwas mehr als 4 Jahre.