Analysis

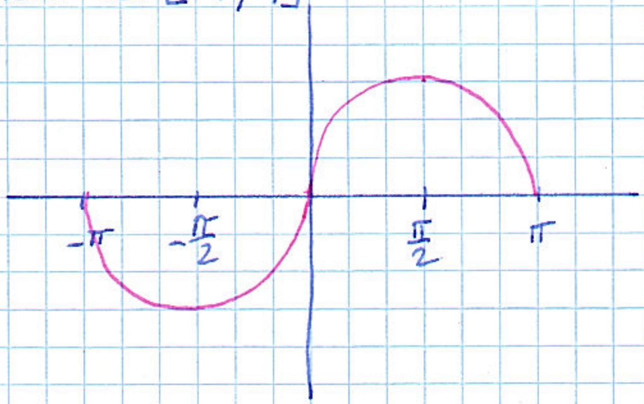
10) $a_n = \frac{\overbrace{\sin n}^{[-1;1]}}{\underbrace{\sqrt[4]{n}}_{\to\infty}}$

sin n ist im Intervalle $[-1;1]$

$\sqrt[4]{n} \mapsto \infty$

$\Rightarrow$

$\lim\limits_{n\to\infty}{}^{*} \frac{\sin n}{\sqrt[4]{n}} = \underline{0}$



*Beweis siehe unten.

Da sin n nie größer als 1 wird gilt folgende Ungleichung:

$$\frac{\sin n}{\sqrt[4]{n}} \le \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \text{ – Majorante}$$

Sandwichtheorem:

$b_n = 0, \lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$

$c_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n}}, \lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$

Da sowohl b_n als auch c_n Nullfolgen sind interessiert uns in folgender Ungleichung auch nur der Betrag von b_n da. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0 \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} |a_n| = 0$

$b_n \le |a_n| \le c_n$ für fast alle $n \in \mathbb{N}$

$0 \le \left|\frac{\sin n}{\sqrt[4]{n}}\right| \le \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sin n}{\sqrt[4]{n}} = \underline{0}$

Analysis

10)

$\underline{\underline{\varepsilon:}}$ $\quad \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \leq \varepsilon \quad |^4$

$$\frac{1}{n} \leq \varepsilon^4$$

$\Rightarrow \underline{\underline{N = n \geq \frac{1}{\varepsilon^4}}}$

Bei gegebenem ε liegen alle Folgenglieder ab dem Index

$N = n \geq \frac{1}{\varepsilon^4}$ in der ε-Umgebung.