Betrachten Sie die folgende – bereits geordnete – Stichprobe der Größe $n = 10$:

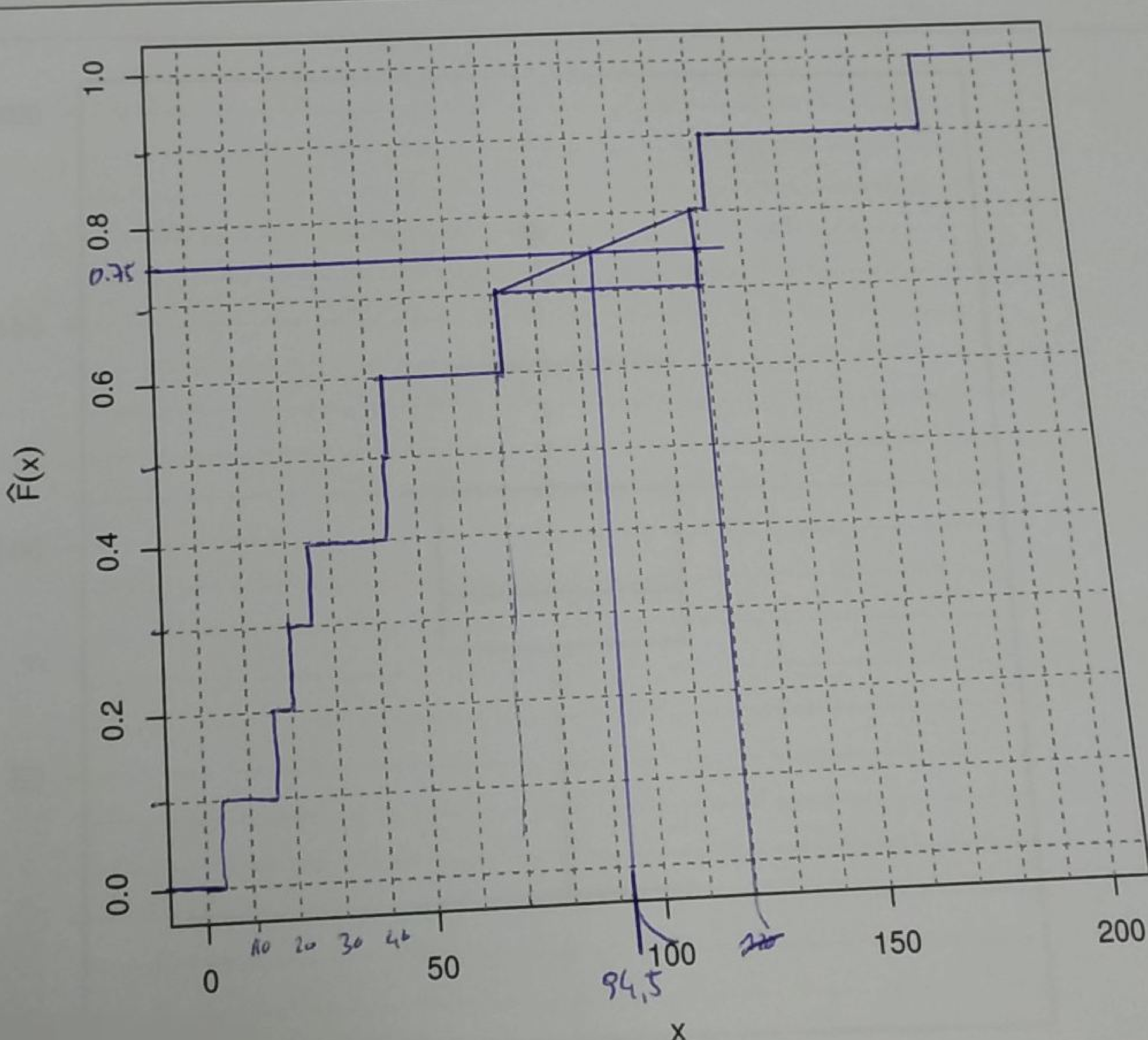
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	15	20	24	43	44	71	118	122	177

a) [2] Zeichnen Sie in die unten stehende Grafik die empirische Verteilungsfunktion.

b) [1] Bestimmen Sie grafisch das 75%–Quantil vom Typ 4.

c) [1] Bestimmen Sie den Stichprobenmittelwert.

d) [1] Bestimmen Sie die Stichprobenvarianz und -streuung.



[redacted]

Betrachten Sie die folgende – bereits geordnete – Stichprobe der Größe $n = 13$:

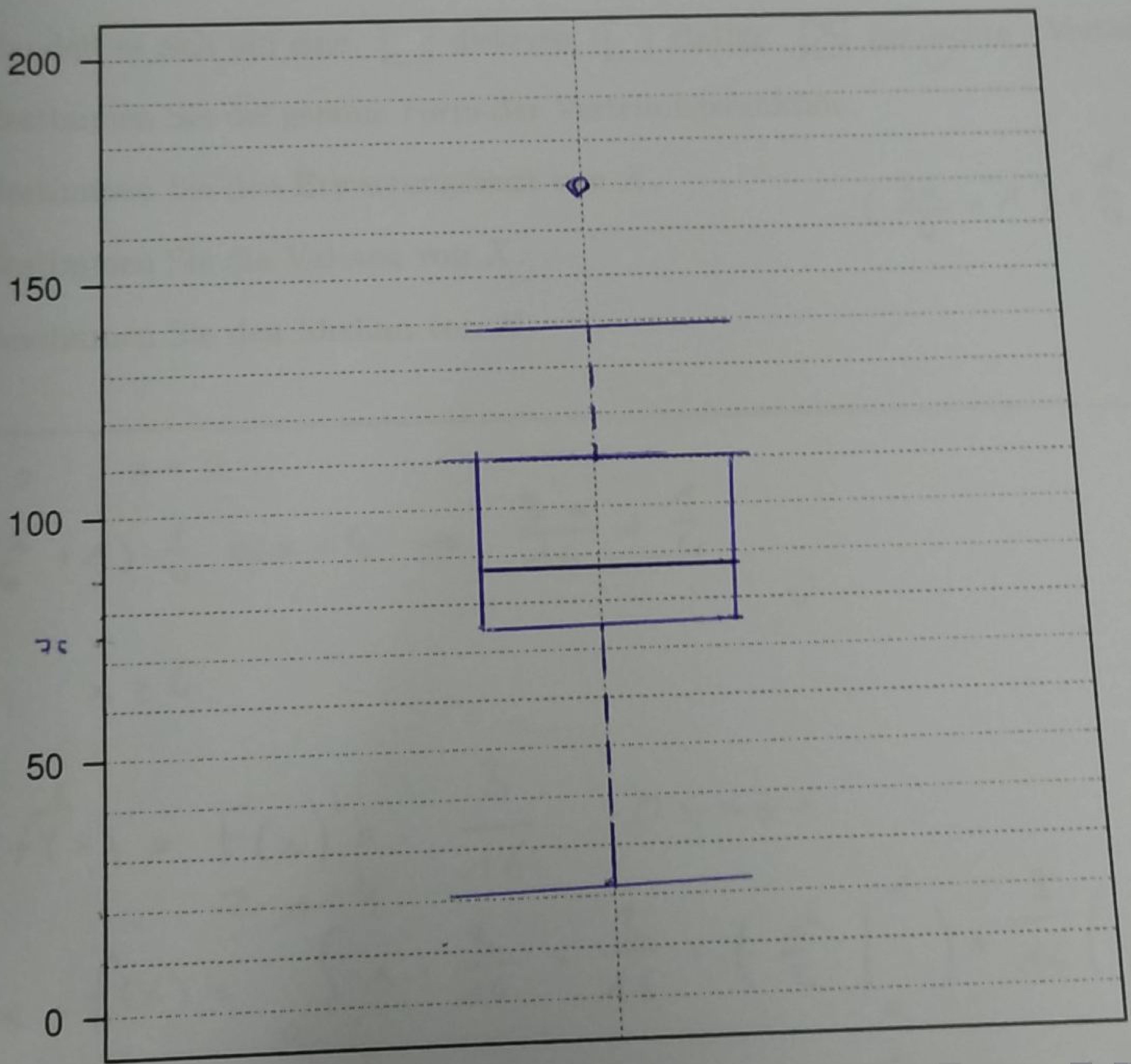
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x_{(i)}$	23	47	70	75	78	83	88	97	102	111	115	139	170

[1] Bestimmen Sie den Median. [redacted]

[1] Bestimmen Sie die Hinges. [redacted]

[1] Bestimmen Sie auf Basis der Hinges die Fences.

[2] Zeichen Sie in die unten stehende Grafik den Boxplot der Daten.



Median = [redacted]

lower Hinge = [redacted]

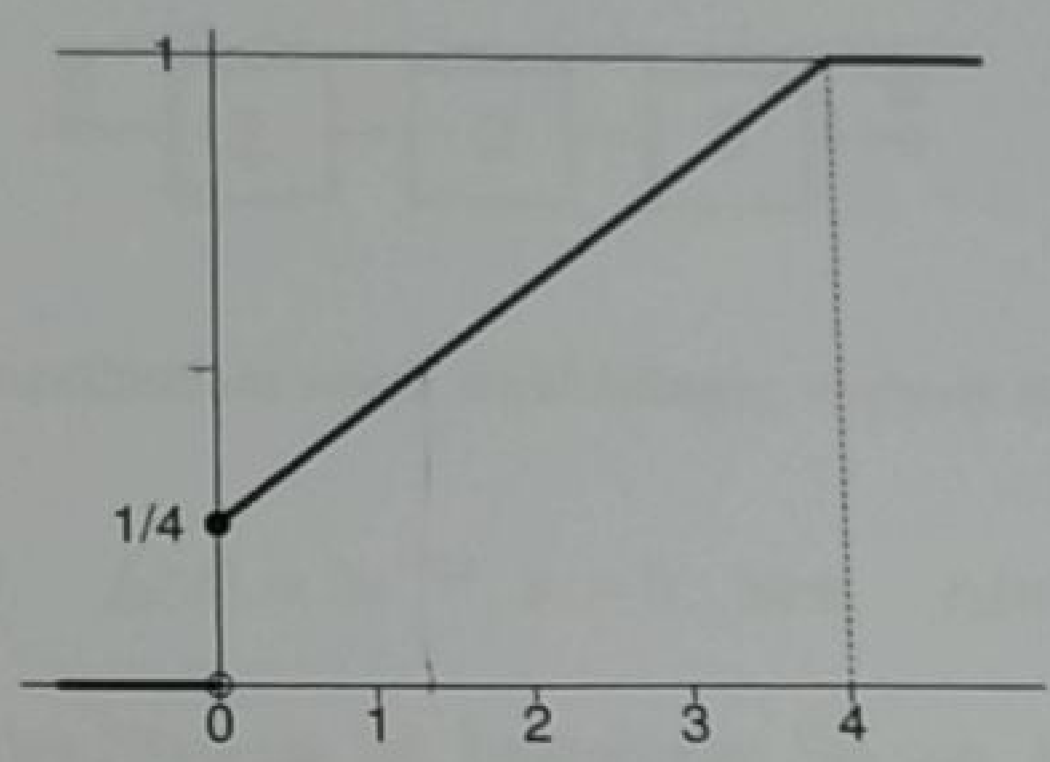
upper Hinge = [redacted]

lower Fence = [redacted]

upper Fence = [redacted]

[redacted]

Die Verteilungsfunktion einer sG X ist gegeben wie folgt:



[1] Handelt es sich um eine ☐ diskrete ☐ stetige ☐ gemischte Verteilung?

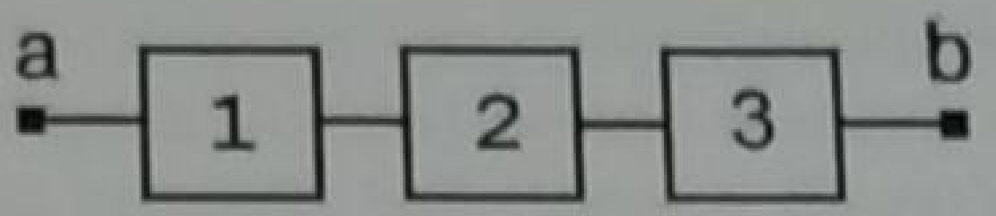
[1] Bestimmen Sie die genaue Form der Verteilungsfunktion.

[1] Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

[1] Bestimmen Sie die Varianz von X.

[1] Bestimmen Sie den Median von X.

Die logische Struktur eines Systems sei gegeben wie folgt:



Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängig verteilt mit den Dichten:

$$f_1(x) = e^{-x},\ x > 0, \quad f_2(x) = 2e^{-2x},\ x > 0 \quad \text{bzw.} \quad f_3(x) = 3e^{-3x},\ x > 0$$

Wenn X die Lebensdauer des Systems ist, bestimmen Sie von X:

[2] die Verteilungsfunktion

[1] die Dichte (Verteilung?)

[1] den Erwartungswert und die Streuung

[1] $P\left(X \leq 1 \,\middle|\, X > \frac{1}{2}\right)$

[2] Angenommen, ein Test reagiert zu 98% positiv, sollte eine bestimmte Krankheit vorliegen, zeigt aber auch zu 5% ein falsch-positives Resultat. Wenn man davon ausgeht, dass 3% der Bevölkerung von dieser Krankheit betroffen ist, und bei einer zufällig ausgewählten Person der Test positiv reagiert, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person erkrankt ist? (Hinweis: Bayes'sche Formel)

[2] Die sG X habe die Dichte $f_X(x) = I_{(0,1)}(x)$ ($\equiv \mathsf{U}(0,1)$). Bestimmen Sie die Dichte von $Y = \sqrt{X}$. (Hinweis: Transformationssatz)

[1] X_1, X_2 und X_3 seien unabhängig nach $\mathsf{N}(0,1)$ verteilte sGn. Wie ist $X_1 - 2X_2 + 3X_3$ verteilt? (Hinweis: Additionstheorem)

Ein Transportunternehmen hat 60 LKW's. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein LKW an einem bestimmten Tag verfügbar ist, betrage 0.8. Berechnen Sie unter Verwendung des ZGVS (mit Stetigkeitskorrektur) die approximative Wahrscheinlichkeit, dass an einem bestimmten Tag

[1] 50 oder mehr LKW's verfügbar sind.

[1] genau 50 LKW's verfügbar sind.

[1] weniger als 50 LKW's verfügbar sind.

[2] Bei einer Überprüfung von 250 zufällig ausgewählten Komponenten waren 18 defekt. Bestimmen Sie ein (approximatives) 95%–Konfidenzintervall für den Defektanteil der Produktion.

Aufgabe 7

Zwei Stichproben aus unabhängigen Normalverteilungen, $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ bzw. $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, waren zusammengefasst wie folgt:

	Stichprobe 1	Stichprobe 2
Stichprobenumfang	20	20
Stichprobenmittelwert	50.19	52.52
Stichprobenstreuung	1.71	2.48

[2] Testen Sie mit $\alpha = 10\%$ auf Gleichheit der beiden Varianzen, d. h., testen Sie

$$\mathcal{H}_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{gegen} \quad \mathcal{H}_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

[1] Bestimmen Sie unter der Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ die gepoolte Stichprobenvarianz s_p^2.

[2] Testen Sie unter der Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ mit $\alpha = 5\%$ auf Gleichheit der beiden Mittelwerte, d. h., testen Sie

$$\mathcal{H}_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad \text{gegen} \quad \mathcal{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

[3] Die Daten von Aufgabe 1 stammen aus einer Verteilung mit der Dichte:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x > 0,\ \theta > 0$$

Bestimmen Sie den ML-Schätzer (mit Herleitung) und den ML-Schätzwert von θ.

[2] Stammen die folgenden 60 Beobachtungen aus einer stetigen uniformen Verteilung auf dem Intervall $(0, 100)$? (Testen Sie mit $\alpha = 10\%$.)

Klasse	(0,25]	(25,50]	(50,75]	(75,100)
Häufigkeit	10	21	12	17