





Systemplanung und Simulation

Skriptum zur Unterstützung der Vorlesung (330.201)

Hon. Prof Dr. Wolfgang. E. Katzenberger Institut für Managementwissenschaften Bereich Betriebstechnik und Systemplanung

> Theresianumgasse 27 1040 Wien Tel.: 01 58801-33066

Inhalt

- Einführung
- Warteschlangentheorie
- Statistik und Simulation
- Monte-Carlo-Simulation
- Diskrete Simulation
- Kontinuierliche Simulation
- Systemdynamik

2007. Wien © Fraunhofer Austria



Einführung

Definitionen

"Eine Simulation besteht im wesentlichen darin, ein Modell einer wirklichen Situation zu erstellen und dann mit diesem Modell zu experimentieren." (Naylor)

"Simulationsmodelle und die Resultate der Untersuchungen an diesen Modellen spiegeln trivialerweise nicht die vollständige Realität wider." (Conway)

"Auf der anderen Seite ist die Simulation ein heuristischer Prozess, in dem der Analysierende eine ,optimale' Lösung durch Verbesserung des Simulationsmodells zu gewinnen trachtet, wobei er die Bedingungen für jeden Simulationslauf aufgrund der Ergebnisse des vorangegangenen Laufes formuliert."

(Geisler)



"Simulation ist die Nachbildung eines dynamischen Prozesses in einem Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind."

(VDI)

"Simulation ist eine numerische Technik, um Experimente auf einem Computer durchzuführen, die vor allem bestimmte Typen von mathematischen und logischen Modellen betreffen, welche das Verhalten eines kaufmännischen oder wirtschaftlichen Systems (oder einer Komponente daraus) über längere Zeiträume zu untersuchen erlauben." (Naylor)

"Simulation ist die Nachbildung eines realen Prozesses mit künstlichen Mitteln."

(Köcher et al.)

Simulation ist die Entwicklung und Verwendung veränderbarer Modelle, welche die wesentlichen Eigenschaften von Vorgängen der realen Welt nachbilden, mit dem Ziel, Ideen, Systeme und Situationen zu studieren.

2007, Wien © Fraunhofer Austria Fraunhofer

Einführung

Die Dominanz analytisch orientierter OR-Spezialisten vor allem im europäischen Raum hat lange Zeit verhindert, dass der Simulation die ihr gebührende Bedeutung zugemessen wurde

"Obwohl die Simulation höchstens als Randgebiet des Operations Research aufgefaßt werden kann, erscheint es angebracht, ihr in einem Buch über Operations-Research-Verfahren ein Kapitel zu widmen."

(Klaus Neumann: Operations Research Verfahren, Bd. II, 1977)

Auf 84 Seiten von insgesamt 1207 Seiten!
66 von 84 Seiten befassen sich mit der Erzeugung von Zufallszahlen!

System

"If you don't know what you're talking about, call it ,system'; if you don't know what it is made of, call it ,subsystem'; if you don't know how it works, call it ,process'."

(J. K. Zawodny)



Klassifikation/Ordnungsschema

Planetensystem Periodisches System der Elemente

5

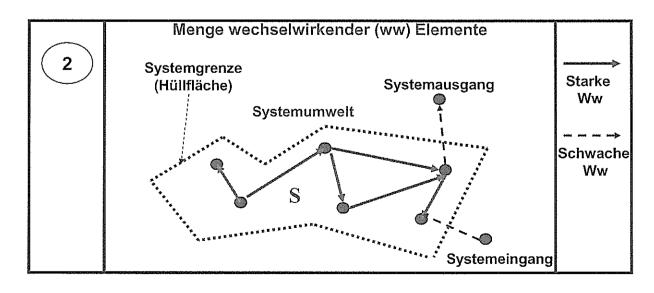
2007, Wien © Fraunhofer Austria



Einführung

Eine Menge S = {E;R}

Menge E = $\{e_i\}$ der n Elemente e_i (i = 1, 2, 3,, n) Menge R = $\{(e_i,e_i)\}$ der Relationen (e_i,e_i) (i, j = 1, 2, 3,, n)



Zweck Elemente (Attribute, Zustände) Wechselwirkungen Systemgrenze Systemumwelt

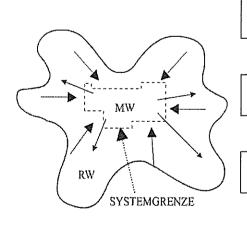
2007, Wien © Fraunhofer Austria

Fraunhofer

Einführung

Modell

Modelle sind homomorphe Abbilder der Wirklichkeit



Metaphorische Modelle Physische Modelle

Tierversuche Windkanal Schiff als Modell des Staates

Verbale Modelle

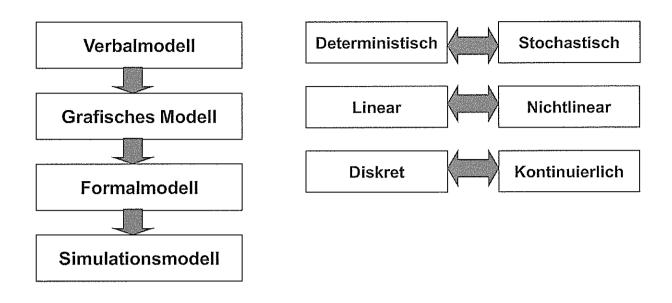
Opalisierend Homonyme Synonyme

Ikonische (analoge) Modelle

Landkarten **Planetarien** Sandkasten

Symbolische Modelle

Grafische Modelle Formalmodelle Simulationsmodelle



2007, Wien © Fraunhofer Austria Fraunhofer

Einführung

- **♦ BESCHREIBUNGSMODELLE (taxonomische Modelle)**Bildung von Marktsegmenten
- ♦ ERKLÄRUNGSMODELLE (explanatorische Modelle) Kaufverhaltensmodelle
- PROGNOSEMODELLE Entwicklung neuer Produkte
- ENTSCHEIDUNGSMODELLE (normative Modelle)
 Operations Research

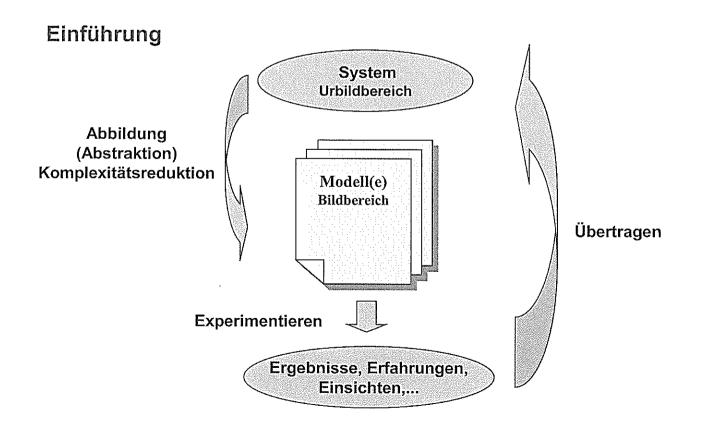
DECISION-CALCULUS-ANSATZ (Little)

- **♦ EINFACHHEIT (simple)**
- **♦ ROBUSTHEIT (robust)**
- **♦ LEICHTE KONTROLLIERBARKEIT (easy to control)**
- **♦ ANPASSUNGSFÄHIGKEIT (adaptive)**
- ♦ VOLLSTÄNDIGKEIT (as complete as possible)
- **♦ KOMMUNIKATIONSFÄHIGKEIT (easy to communicate)**

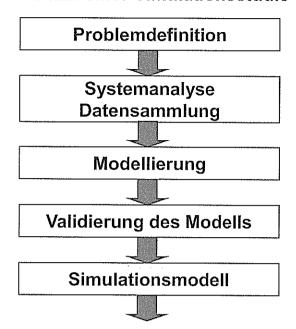
2007, Wien & Fraunhofer Austria

11





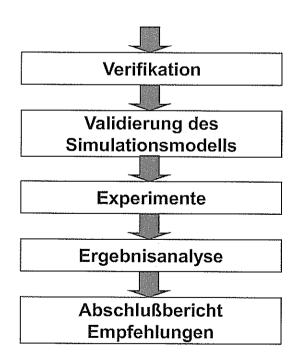
Ablauf einer Simulationsstudie



2007, Wien © Fraunhofer Austria



Einführung





Problemdefinition

- ▶ Festlegung der Ziele und Rahmenbedingungen der Studie
- ▶ Vorgaben (max. Wartezeiten, max. Warteschlangenlänge,..)
- ▶ Team bilden, Rollen definieren (Auftraggeber, Projektleiter,..)
- ▶ Zuständigkeiten festlegen (wer liefert Daten?,...)
- ► Erhebung der Informationsbedürfnisse und Erwartungen
- Dokumentation der Annahmen, die dem Modell zugrunde liegen
- ▶ Detaillierungsgrad festlegen
- Auswahl der Software
- Schätzung der Projektdauer und der Kosten

Systemanalyse

- ► Abgrenzung (Hüllfläche)
- ▶ Festlegung der Systemelemente
- ▶ Attribute
- ▶ Modellstruktur (Wechselwirkungen)
- ➤ Zweck
- ▶ Ein-/Ausgabedaten (Systemeingänge/-ausgänge)

2007, Wien © Fraunhofer Austria

15

Fraunhofer

Einführung

Datensammlung

- ▶ Welche Daten werden benötigt (Inputs, Restriktionen,..)?
- ▶ Welche Daten sind verfügbar ?
- ► Sind die Daten repräsentativ ?
- ▶ Wie sieht die Qualität dieser Daten aus ?
- ▶ Welche Daten müssen erhoben werden ? (Zeit einplanen!)
- **▶** Empirische oder analytische Verteilungen
- ► Anpassungstests (χ²- und Kolmogorov-Smirnov-Test)
- Mittelwerte können zu irreführenden Ergebnissen führen Mittlere IAT (interarrival time): 5 Minuten (λ = 12)
 Mittlere Servicezeit: 4.9 Minuten (μ = 12.24)

Bei Missachtung der Stochastik kann sich keine Warteschlange bilden

Sind hingegen beide Zeiten exponentialverteilt, so ergibt sich eine durchschnittliche Warteschlangenlänge von 49 Transaktionen

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Konzeptuelles Modell

Modell dos leine Pudsiehl auf die verwerdete Software ninnt

- ► Kreativitätsmethoden einsetzen
- **►** Expertenbefragungen
- ▶ Was ist für den definierten Untersuchungszweck relevant ?
- ► Top Down Zugang wählen
- ▶ So einfach wie möglich, aber nicht einfacher
- ► Vorgenommene Vereinfachungen dokumentieren
- ▶ Verbalmodell grafisches Modell
- ▶ Zuordnung der Elemente des Systems zu Elementen der Modellsprache











- ▶ 80:20 Regel: Man erreicht 80 % Genauigkeit mit 20 % Komplexität
- ▶ Erstellung möglichst unabhängig von der verwendeten Simulationssprache (oftmals schwierig, da es Abhängigkeiten zwischen dem konzeptuellen Modell und dem Simulationsmodell gibt)

2007, Wien © Fraunhofer Austria

1



Fraunhofer

Einführung

Validierung des konzeptuellen Modells

- Schreibtischtest (structured walk through)
- ▶ Überprüfung gemeinsam mit Experten (Fachkenntnisse notwendig)
- ► Grafiken sind hierbei sehr zweckdienlich (Entscheidungspunkte, Parallelitäten gut erkennbar,..)
- ► Wurden alle relevanten Elemente, Wechselwirkungen und Entscheidungspunkte berücksichtigt?

Simulationsmodell

- Oftmals muss auf programmtechnische Details Rücksicht genommen werden (keine 1:1 Übersetzung)
- Modulweise aufbauen (kein Spaghetti-Code)
- ► Kommentare einfügen (Dokumentation im Programm)
- ► Lesbarkeit, Verständlichkeit und Wartbarkeit gehen vor Eleganz
- ► Codierung mit Verifikation und Validierung integrieren
- ► Angaben über Autor(en), Teammitglieder, Adressen, Telefonnummer, E-Mail, Ziele, Zustandsvariablen,...

Möglichst generisch aufbauen (Parameterwerte nicht direkt im Programm verwenden)

Verifikation

- Beseitigung syntaktischer (debugging) und logischer Fehler (tracing)
- ▶ Blockstatistik hilft bei der Fehlersuche (Logik)
- ▶ Fehlermeldungen und Animationen unterstützen die Fehlersuche

Validierung des Simulationsmodells

- ▶ Überprüfung, ob das Modell eine adäquate Darstellung für den angestrebten Zweck ist und korrekte Ergebnisse liefert
- ▶ Black box Validierung
- ▶ White box Validierung
- Sensitivitätsanalysen
- Methode der unabhängigen Replikationen
- Überprüfung, ob die Unterschiede zwischen dem realen System und dem Modell vertretbar und erklärbar sind

2007, Wran & Fraunhofer Austria



Fraunhofer

Einführung

▶ Vergleich mit dem realen System manchmal schwierig, da von diesem oftmals nur eine einzige Zeitreihe vorliegt (z.B. Umsatzentwicklung, Auftragseingang,.....)

Experimente

- Setzen ein validiertes Modell voraus
- Vergleich von verschiedenen Szenarien
- Intelligente Suche in einem großen Lösungsraum
- Design der Experimente
- Auswirkungen von Änderungen untersuchen (wenn möglich nur eine Änderung pro Lauf)
- Genügend lange simuliert ?
- Genügend oft simuliert ? (Ein Simulationslauf liefert nur einen Wert innerhalb des möglichen Streubereichs. Auch das Ergebnis mehrerer Läufe ist mit einem Zufallsfehler behaftet, der geschätzt werden muss)
- ▶ Plausibilität der Anfangsbedingungen überprüfen
- Soll transiente Phase berücksichtigt werden ?





Ergebnisanalyse

- ► Vergleich der verschiedenen Simulationsläufen
- ► Fehlen noch relevante Informationen?
- ▶ Wurden relevante Einflussfaktoren übersehen ?
- ▶ Ist eine Detaillierung des Modells notwendig ?
- ▶ Waren die Annahmen richtig ?
- ▶ Muss man zu einer früheren Phase zurückschleifen ?
- ▶ Wie groß ist der zusätzliche Aufwand und wer trägt die Kosten?

Abschlußberichte Empfehlungen

- Verdichtung und Visualisierung der Daten
- ► Entscheidungsrelevante Informationen bereitstellen
- ► Einige Informationen in der "Hinterhand" behalten
- ► Präsentation vorbereiten (kurz!)
- ► Empfehlungen ausarbeiten
- ► Abschlussdokumentation (Details in den Anhang geben)

2007, Wien © Fraunhofer Austria

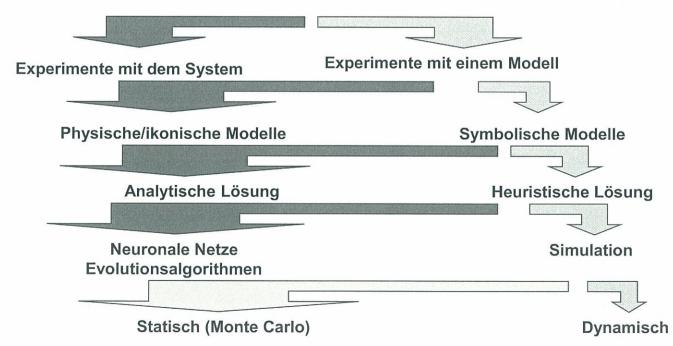
21





Einführung

Simulationsarten



Dynamische Simulation

	DISKRET	KONTINUIERLICH
VORGANG	stochastisch	deterministisch
MODELL	verbal/logisch	mathematisch/ logisch
MODELL- DARSTELLUNG	Blockdiagramm	Gleichungssystem
ERGEBNISSE	Statistiken	zeitliche Verläufe
ZIEL DER UNTERSUCHUNG	Funktionsweise eines Systems	Entwicklung eines Systems

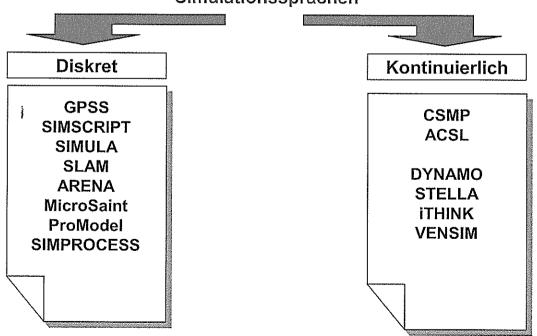
2007, Wien © Fraunhofer Austria

Fraunhofer

Einführung

Simulationssprachen

23



GPSS (General Purpose Simulation System)

Geoffrey Gordon (IBM), 1961

SIMSCRIPT

Harry M Markowitz et al. (RAND Corp.), 1962

SIMULA (SIMUlation LAnguage)

O.J.Dahl, B. Myhrhaug, K. Nygaard (Norwegian Computing Center), 1965-1967

GPSS/H (General Purpose Simulation System/Henriksen)

James O. Henriksen (Wolverine Software), 1977

SLAM (Simulation Language for Alternative Modeling)

leis Cloury

Dennis Pedgen, Alan Pritsker, 1979

SIMAN (SIMulation ANalysis Language)

Dennis Pedgen, 1982

GPSS/PC (General Purpose Simulation System/Personal Computer)

Cox Springer (Minuteman Software), 1984

2007, Wien © Fraunhofer Austria

25

TU SERVICE SHOPE STATE SHOPE S

Fraunhofer

Einführung

GPSS World

WWW. minutemon software.com

Minuteman Software

DSL (Digital Simulation Language)

IBM

CSMP (Continuous System Modeling Program)

IBM

ACSL (Advanced Continuous Simulation Language)

DYNAMO (DYNAmic MOdels)

A.L.Pugh, 1961

STELLA

Vensim

ITHINK



VORTEILE	NACHTEILE
Niedrige Kosten	Modelling without theory
Zeitdehnung/-raffung	Hoher Aufwand
Reproduzierbarkeit	Übervereinfachung
Sicherheit	Keine exakten Ergebnisse
Kontrollierte Experimente	Ergebnisse nicht generalisierbar
Einsicht in komplexe Systeme	Modelle mit Theorien verwechselt
Keine explizite Zielfunktion	Rahmenbedingungen oft unklar
Simulation nicht existierender	Keine Optimierung (,what if' statt
Systeme	,what's best')
Wiedergabe der Dynamik	
Schulung	

2007. Wien & Fraunhofer Austria





Warteschlangentheorie

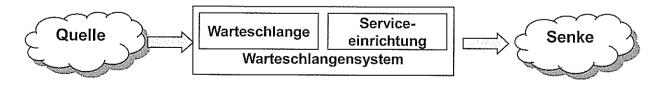
Erste mathematische Warteschlangenmodelle wurden von A.K.Erlang ab 1909 erstellt

27

"Solution of Some Problems in the Theory of Probabilities of Significance in Automatic Telephone Exchanges" (1917)

> Die Warteschlangen- oder Bedientheorie befasst sich mit Warteschlangensystemen und ermittelt deren Charakteristika

Ein Warteschlangensystem (queueing system) besteht aus einer oder mehreren Warteschlangen (queue) und einer oder mehreren Bedien- oder Serviceeinrichtungen (service facility, server)



Die Quelle (source) erzeugt Einheiten oder Transaktionen (arrivals, transactions)

Die Transaktionen reihen sich in eine Warteschlange ein und werden nach einer Auswahlregel (Warteschlangendisiziplin) für die Bedienung ausgewählt

FIFO First In – First Out (FCFS)
LIFO Last In – First OUT (LCFS)
SIRO Selection In Random Order
Priorität

Nach der Bedienung verlässt die Transaktion das Warteschlangensystem

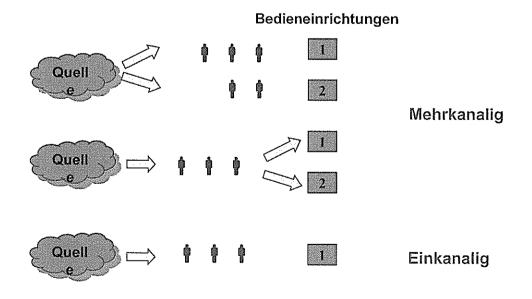
2007, Wien © Fraunhofer Austria

29



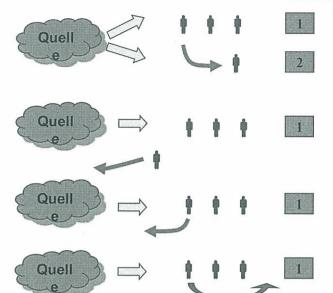
Warteschlangentheorie

Organisationsformen von Warteschlangen



Verhaltensformen in Warteschlangen

Bedieneinrichtungen



Swopping/Jockeying (Wechseln der Warteschlange

Reneging (Verlassen des Systems)

Balking (Verzicht auf Service)

Cheating (Vordrängen)

2007, Wien © Fraunhofer Austria

31



Weelling Simuloction: Zeit

Fraunhofer

Warteschlangentheorie

Viele Größen eines Warteschlangensystems sind stochastischer Natur

Es handelt sich also um Zufallsvariablen, die einer bestimmten Verteilung unterliegen

Die Ankunftsrate ist oft poissonverteilt mit dem Mittelwert λ Die Servicerate ist oft exponentialverteilt mit dem Mittelwert μ

Neben diesen beiden Raten benötigt man zur Kennzeichnung eines Modells noch die Anzahl der Servicestellen s, die Größe des Warteraums und die Warteschlangendisziplin



Kendall-Lee-Notation

Ankunftsrate/Servicerate/Servicestellen: (Warteraum/Disziplin) M/M/1:(∞ /FIFO)

M= Memoryless = took Augenterchnister = ohne Bedeatung

Warteschlangenmodelle

> M/M/1

Poissonverteilte Ankünfte mit einer mittleren Ankunftsrate λ Exponentiell verteilte Abfertigungszeiten mit einer mittleren Abfertigungsrate μ Durchschnittliche Abfertigungsrate ist größer als die durchschnittliche Ankunftsrate

1 Servicestelle

FIFO Warteschlangendisziplin

$$r = \frac{L}{m}$$

$$L = L_q + \frac{L}{m}$$

$$L_q = \frac{L^2}{m(m-L)} = L - \frac{L}{m}$$

$$P_0 = 1 - \frac{L}{m}$$

$$W = \frac{L}{L}$$

$$W_q = \frac{L_q}{L}$$

$$P_n = \underbrace{\sum_{m \in \mathcal{N}} O^n}_{n} \times P_0$$

$$P_0 = \underbrace{\sum_{m \in \mathcal{N}} O^n}_{n} \times P_0$$

2007, Wien © Fraunhofer Austria

3



Warteschlangentheorie

Formel von Little (1961)

Im M/M/1-Modell ergibt sich für die Wartezeit W im Warteschlangensystem

$$W = \frac{1}{m-1} = \frac{L}{I}$$

Durch Umformulierung erhalten wir

$$L = l W$$
 Formel von Little

Nach dem Beweis von Little gilt auch

$$L_q = l W_q$$

>M/G/1

Poissonverteilte Ankünfte mit einer mittleren Ankunftsrate λ Beliebig verteilte Abfertigungszeiten mit einer mittleren Abfertigungsrate μ und der Varianz σ^2

1 Servicestelle

Pollaczek-Khintchine-Formel

$$r = rac{l}{n}$$
 $L = r + L_q$ $L_q = rac{l^2 s^2 + r^2}{2(1 - r)}$ $P_0 = 1 - rac{l}{m}$ $W = W_q + rac{1}{m}$ $W_q = rac{L_q}{l}$

2007, Wien © Fraunhofer Austria

35



Warteschlangentheorie

> M/D/1

Poissonverteilte Ankünfte mit einer mittleren Ankunftsrate λ Konstante Bedienzeiten (Routinetätigkeiten, Maschinen,...)
1 Servicestelle

Da in diesem Fall σ^2 = 0 ist, reduziert sich die Pollaczek-Khintchine-Formel auf

$$L_q = \frac{r^2}{2(1-r)}$$

Aus $L_{\mathbf{q}}$ können die Größen L, W, und $W_{\mathbf{q}}$ berechnet werden

Bei s > 1 kann man die Werte aus Tabellen ablesen, aber man erkennt hier auch schon eine der Grenzen der analytischen Warteschlangentheorie

λ (pro Stunde)	ρ(μ = 12)	<i>W</i> _q (in Minuten)
1	0.0833	0.5
2	0.1667	1.0
3	0.2500	1.7
4	0.3333	2.5
5	0.4167	3.6
6	0.5000	5.0
7	0.5833	7.0
8	0.6667	10.0
9	0.7500	15.0
10	0.8333	25.0
11	0.9167	55.0

2007, Wien © Fraunhofer Austria

37



Warteschlangentheorie

Beispiel M/M/1-Modell mit DS for Windows

In einem Ärztezentrum treffen durchschnittlich 43.8 Patienten pro Stunde ein. Die Eintragung der Daten bei der Arzthelferin dauert durchschnittlich 20 Sekunden pro Patient.

Unter der Annahme eines M/M/1-Modells sollen die wesentlichen Charakteristika dieses Systems ermittelt werden.

▶ Beispiel Autowäsche mit Excel

In der Zeit zwischen 11.00 und 13:00 treffen durchschnittlich 15 Autos pro Stunde (λ) ein (IAT: 4 Minuten).

Die Frequenz ist poissonverteilt.

Eine Autowäsche dauert durchschnittlich 3 Minuten (20 Autos pro Stunde).

Die Waschdauer ist exponentialverteilt (μ = 20).

Es sollen die wesentlichen Charakteristika dieses Systems ermittelt werden.

Grenzen der Warteschlangentheorie

Nur auf einfache Problemstellungen anwendbar

Liefert nur Aussagen über den Steady-State-Zustand

Keine kaskadischen (mehrstufigen) Modelle lösbar

Keine Berücksichtung von der Norm abweichender Verhaltensweisen in der Warteschlange

Keine Berücksichtigung nicht-stationärer Ankunfts- und Bedienraten

Keine Untersuchung von Kausalbeziehungen möglich

2007, Wien @ Fraunhofer Austria

39



Statistik und Simulation

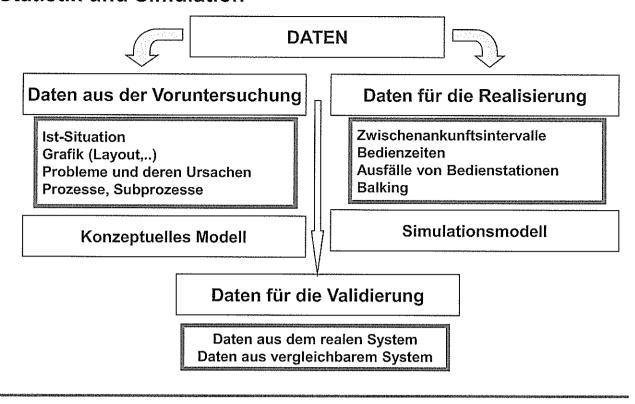
Anwendungen der Statistik in Simulationsprojekten

Bei der Datensammlung

Beim Design der Experimente

Für die Interpretation der Ergebnisse



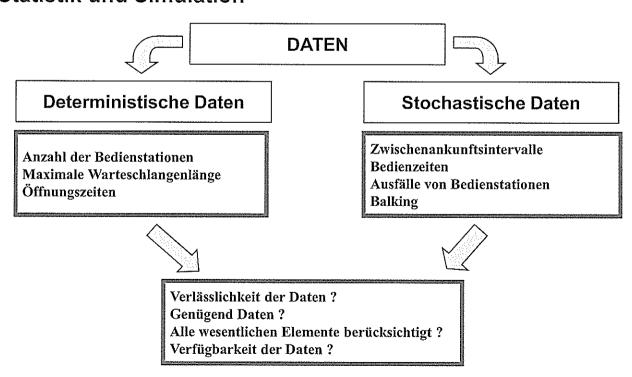


41

2007, Wien ਨ Fraunhofer Austria



Statistik und Simulation





Numerische Maßzahlen



Lagemaße

Mittelwert (mean)

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Median $x_{0.5}$

Modus \tilde{x}

Streuungsmaße

Varianz (variance)

$$s^{2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})^{2}$$

Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

Wölbung (kurtosis)

>0: spitzer als Normalverteilung (leptokurtisch)

<0: abgeplatteter als Normalverteilung (platykurtisch)

43

2007, Wien © Fraunhofer Austria



Fraunhofer

Statistik und Simulation

Beispiel

Statistik der Zwischenankunftsintervalle

	Anzahl der Ankünfte	Mittelwert (min)	Standard- abweichung
Montag	99	1.37	1.53
Dienstag	74	2.00	2.36
Mittwoch	68	2.04	1.92
Donnerstag	61	2.23	2.48

Vereinfachung des Modells

Montag	99	1.37	1.53
Di, Mi, Do	203	2.08	2.25

Beispiel

Zapfsäule	Anzahl Kunden	Mittelwert (min)	Standard- abweichung
1	62	5.58	3.55
2	48	5.48	2.83
3	45	6.21	4.88
4	56	7.36	3.86
5	48	8.07	7.02
6	46	6.74	3.83

Vereinfachung des Modells

1 bis 6 305 6.54 4.54				
	1 bis 6	305	6.54	4.54

Da Standardabweichungen in allen Fällen relativ groß

2007, Wien © Fraunhofer Austria

45



Statistik und Simulation

Grafische Darstellungen

Wesentliche Aufgabe ist die Darstellung der Verteilung der Daten über einen bestimmten Bereich



Histogramme lassen leicht erkennen, ob die Verteilung symmetrisch ist oder eine Schiefe (skewness, Moment 3. Ordnung) aufweist

>0: linkssteil (positive Schiefe) : Mittelwert > Median > Modus

0: symmetrisch

<0: rechtssteil (negative Schiefe) : Mittelwert < Median < Modus

Für den Vergleich verschiedener Datenmengen eignen sich Box-Plots



Diese Darstellung lässt Ausreißer und eine vorhandene Schiefe gut erkennen

Beispiel

Die nachstehende Tabelle zeigt die Servicezeiten (in Minuten) an der Zapfsäule 2 an einem Dienstag

4.33	2.18	2.52	16.35	17.13	17.13	8.27	3.62	6.62
42.37	9.03	3.10	5.88	2.70	2.23	5.82	4.33	

Errechnen Sie den Mittelwert und den Median

$$\bar{x} = \frac{153.61}{17} = 9.04$$
 Minuten

-	2.18	2.23	2.52	2.70	3.10	3.62	4.33	4.33	5.82
	5.88	6.62	8.27	9.03	16.35	17.13	17.13	42.37	

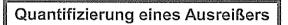
2007, Wien © Fraunhofer Austria

47



Statistik und Simulation

Der Mittelwert (9.04) ist größer als der Median (5.82), was darauf hinweist, dass die Daten rechts schief sind, was aber auf den Ausreißer (42.37) zurückzuführen ist



Untere Grenze: $Q_1 - 1.5 (Q_3 - Q_1)$ Obere Grenze: $Q_3 + 1.5 (Q_3 - Q_1)$

 Q_1 : Unteres Quartil Q_2 : Oberes Quartil

Die Box in einem Box-Plot repräsentiert 50 % der Daten mit den Grenzen Q₁ und Q₃. Die mittlere Linie gibt den Median wieder und lässt die Schiefe erkennen. Ausreißer werden durch einen Stern gekennzeichnet

♦ Beispiel. Anfangsgehälter von FH-Absolventen

Absolvent	Einstiegsgehalt (in €)
1	3325
2	2755
3	3050
4	2710
5	2880
6	2940
7	3130
8	2950
9	2890
10	2850
11	2920
12	2880

Stellen Sie bitte die Daten als Box-Plot dar

2007, Wien © Fraunhofer Austria

49



Statistik und Simulation

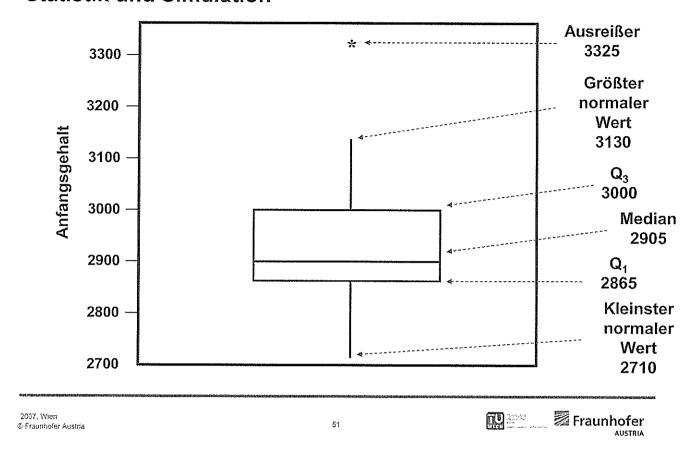
Daten sortiert

2710 2755 2850 2880 2880 2890 2920 2940 2950 3050 3130 3325 Q_1 Median Q_3 3000 2905 2865

 $Q_3 - Q_1 = 135$

Untere Grenze: 2865 - 1.5(135) = 2662,5

Obere Grenze: 3000 + 1.5(135) = 3202,5



Statistik und Simulation

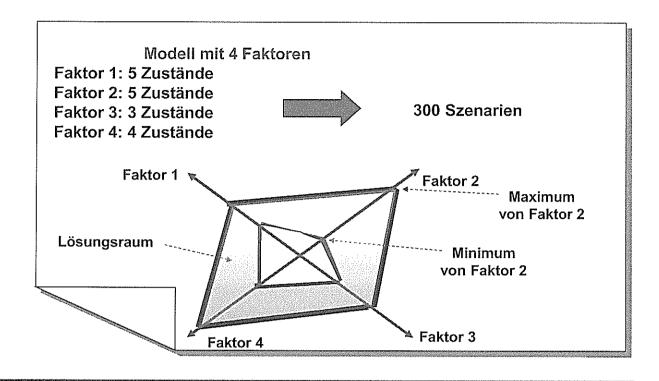
ANPASSUNGSTESTS MIT CRYSTAL BALL (Goodness-of-fit tests)

Chi-Quadrat: Ein p-Wert > 0.5 bedeutet eine gute Anpassung

Kolmogorov-Smirnov (K-S): Ein Wert < 0.03 bedeutet eine gute Anpassung

Anderson-Darling: Ähnlich wie K-S, gewichtet aber die Ränder der Verteilung stärker als jene im mittleren Bereich der Verteilung

Ein Wert < 1.5 bedeutet eine gute Anpassung



2007, Wien & Fraunhofer Austria

53



Statistik und Simulation

Stichproben dienen dem Zweck, Schätzungen der Parameter einer Grundgesamtheit zu erhalten

Die Parameter der Stichprobe liefern Punktschätzungen für die ausgewählte Stichprobe, geben aber keine Auskunft über die Genauigkeit dieser Schätzungen

Die Validierung soll aber überprüfen, ob die Ergebnisse, die unser Modell erzeugt, mit den Werten des realen Systems überein stimmen

Wenn mehrere Stichproben untersucht werden, so ist es eher unwahrscheinlich, dass beispielsweise die errechneten Mittelwerte überein stimmen

Als Ergebnis erhält man eine Stichprobenverteilung, die bei genügend großer Stichprobe (> 30) annähernd normalverteilt ist

> Die Stichprobenverteilung weist folgende Eigenschaften auf:

1. Das Mittel der Stichprobenverteilung ist gleich dem Mittel der Population μ

$$m_{\bar{x}} = m$$

2. Die Standardabweichung der Stichprobenverteilung nennt man den Standardfehler des Mittels und ist gegeben durch

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Die Wahrscheinlichkeit,, dass eine Stichprobe ein Mittel innerhalb eines spezifizierten Bereich hat, ergibt sich durch

$$z = \frac{\overline{x} - m}{s_{\overline{x}}}$$

2007, Wien © Fraunhofer Austria

55



Statistik und Simulation

Beispiel

Das Gewicht eines Produkts ist normal verteilt mit einem Mittelwert von 56.8 Gramm und einer Standardabweichung von 5.4 Gramm. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Stichprobe mit n = 16 ein mittleres Gewicht von mindestens 58 Gramm hat?

Für den Standardfehler des Mittels bzw. Z erhält man

$$s_{\bar{x}} = \frac{5.4}{\sqrt{16}} = 1.35$$
$$z = \frac{58 - 56.8}{1.35} = 0.889$$

Aus der Tabelle ergibt sich für P(Z≥ 0.889) der Wert 0.1867 (18.67%)

Konfidenzintervalle

Der in einer Stichprobe errechnete Mittelwert ist Fehler behaftet, wobei dieser Fehler von der Stichprobengröße abhängt

Konfidenzintervalle liefern einen Genauigkeitsgrad in Bezug auf die Schätzung des Mittelwertes einer Population

Gesucht wird ein Intervall, in dem der wahre Mittelwert erwartungsgemäß liegen sollte

Konfidenzintervalle sind dann wertvoll, wenn ein Output eines Modells mit Beobachtungen eines realen Systems zu vergleichen sind

Die Größe dieses Intervalls hängt nicht nur vom Standardfehler. sondern auch von der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit, dass das Intervall den wahren Wert enthält (üblicherweise 95% oder 99%)

© Fraunboler Austria



Statistik und Simulation

Einem z-Wert von + 1.96 entsprechen 2.5% (0.025) auf jeder Seite der Verteilung. Die Summe (5%) bezeichnet man mit α , wodurch sich das Konfidenzintervall 1- α ergibt

$$\pm z = \frac{x - m}{s_{\frac{\pi}{x}}}$$

Durch Umformung erhält man das Konfidenzintervall des wahren Mittels μ

$$m = x \pm zs_{\bar{x}}$$

VORAUSSETZUNG: Die Standardabweichung der Population ist bekannt

Beispiel

Ein Kunde kauft Produkte des im vorhergehenden Beispiel genannten Unternehmens, wiegt zufällig 18 Stück und erhält als mittleres Gewicht 55.5 Gramm. Die Standardabweichung ist bekannt (5.4 Gramm). Wie groß ist das 95% Konfidenzintervall des wahren mittleren Gewichts?

Für den Standardfehler des Mittels erhält man

$$s_{\bar{x}} = \frac{5.4}{\sqrt{18}} = 1.27$$

$$m = \bar{x} \pm Zs_{\bar{x}} = 55.5 \pm 1.96' \ 1.27 = 55.5 \pm 2.49$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% wird der wahre Mittelwert des Gewichts zwischen 53.01 und 57.99 Gramm liegen

2007, Wien © Fraunhofer Austria

59



Statistik und Simulation

Hypothesentests

Sind wichtig im Zusammenhang mit der Frage, ob das Ergebnis einer Stichprobe von einer Population mit einem bekannten Mittelwert kommen kann

Hypothesentests machen eine Annahme (Nullhypothese H_0) und versuchen diese zu widerlegen

Die Akzeptanz der Nullhypothese beweist nicht, dass diese wahr ist, sondern nur, dass wir nicht genügend Evidenzen haben, sie zu verwerfen

Das Verwerfen der Nullhypothese besagt, dass die Ergebnisse der Stichprobe nicht mit der Hypothese übereinstimmen und es wird daher die alternative Hypothese (Gegenhypothese) H₁ akzeptiert

Replikation	Ankünfte/Stunde	Durschnittliche Bedienzeit (<i>x</i>) (Minuten)
1	51	2.79
2	40	1.12
3	45.5	2.24
4	50.5	3.45
5	53	3.13
6	49	2.38
Stichprobenmittel $\bar{\chi}$		2.52
Standardabweichung		0.81

2007, Wien © Fraunhofer Austria

61



Statistik und Simulation

 H_0 : E(x) = 4.3 Minuten

 H_1 : $E(x) \neq 4.3$ Minuten

Konfidenzbereich $\alpha = 0.05$, Stichprobenumfang n = 6

Für den zweiseitigen Test suche den kritischen Wert aus der t-Tabelle

$$t_{\alpha/2,n-1} = t_{0.025,5} = 2.571$$

 H_0 wir<u>d</u> verworfen, wenn $|t| > t_{\alpha/2, n-1}$

$$t = \frac{x - m}{s_{\bar{x}}} \quad \text{mit} \quad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$
$$t = \frac{2.52 - 4.3}{0.81/\sqrt{6}} = -5.38$$

Da $|t| = 5,38 > t_{\alpha/2,n-1} = 2.571$ wird H_0 verworfen

Replikation	Ankünfte/Stunde	Durchschnittliche Bedienzeit (x) (Minuten)
1	51	5.37
2	40	1.98
3	45.5	5.29
4	50.5	3.82
5	53	6.74
6	49	5.49
Stichprobenmittel $\bar{\chi}$		4.78
Standardabweichung		1.66

2007, Wien © Fraunhofer Austria Fraunhofer

Statistik und Simulation

 H_0 : E(x) = 4.3 Minuten

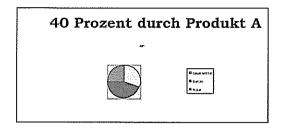
 H_1 : $E(x) \neq 4.3$ Minuten

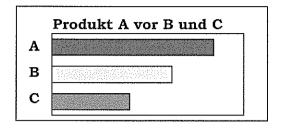
Konfidenzbereich α = 0.05 , Stichprobenumfang n = 6

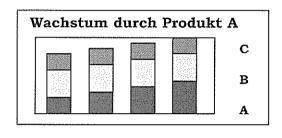
$$t = \frac{4.78 - 4.3}{1.66 / \sqrt{6}} = 0.708$$

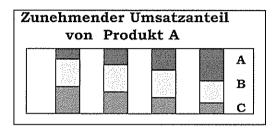
Da $|t| = 0.708 < t_{\alpha/2,n-1} = 2.571$ wird H_0 nicht verworfen

Richtige Diagrammtypen einsetzen









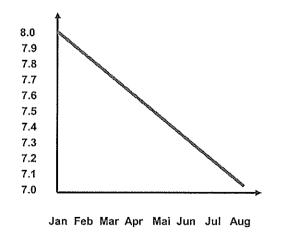
2007, Wien © Fraunhofer Austria

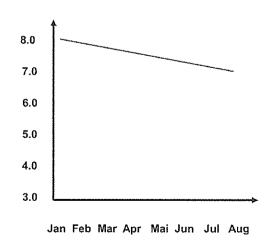
65

Fraunhofer

Statistik und Simulation

♦ Liniendiagramm (keine Manipulationen!)

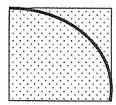




Monte Carlo Simulation

Geschichtlicher Rückblick

Georges Louis Leclerc, Graf von Buffon (1707 - 1788), 1773



Das Verhältnis der Fläche des Viertelkreises zur Quadratfläche beträgt

$$\frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4}$$

Dieses Verhältnis lässt sich mittels einer Monte Carlo Simulation ermitteln Das Verhältnis der Punkte im Viertelkreis zu der Anzahl der Punkte im Quadrat approximiert die Zahl 14

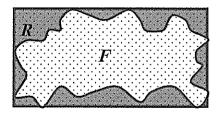
2007, Wien © Fraunhofer Austria



Monte Carlo Simulation

Stanislaw Ulam und John von Neumann

Ermittlung des Flächeninhalts F einer unregelmäßig begrenzten Fläche



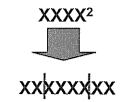
Liegen m von n ermittelten Punkten innerhalb der Fläche F, so erhalten wir für F einen Schätzwert

$$F = R \frac{m}{n}$$

Monte Carlo Simulation

Zufallszahlen

▶ Mid-Square-Methode (John von Neumann)



Bruder Edvin (norwegisches Franziskanerkloster Tautra, 1240/1250)

Jede Zufallszahl X_{i+1} ist eindeutig durch die Zufallszahl X_i determiniert

4-stellige Zufallszahl maximal 10000 Zufallszahlen Zyklus: 2100 4100 8100 6100 2100

▶ Kongruenzmethoden

2007, Wien © Fraunhofer Austria



Monte Carlo Simulation

Fibonacci-Folge

Leonardo von Pisa, Filius von Bonacci, ca.1170-1240 Liber Abaci, 1202

Populations dynamisches Modell

Monate	t = 0	t = 1	t = 2
	1 Hasenpaar	1 Hasenpaar	Geburt eines
		geschlechtsreif	Hasenpaares
	1	1	2

Frage: Wie groß ist die Anzahl der Hasenpaare nach n Monaten?

$$k = 1$$

 $X_{i+1} = X_i + X_{i-1}$

1 1 2 3 5 8 13 21

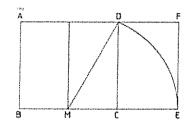
Stroboskopische Betrachtung

n	X _n	X _{n+1} /X _n	Dezimal
0	1	1/1	1.0
1	1	2/1	2.0
2	2	3/2	1.5
3	3	5/3	1.6666666
4	5	8/5	1.6
5	8	13/8	1.625
6	13	21/13	1.6153846
7	21	34/21	1.6190476
8	34	55/34	1.6176471

1.6180339887498948820...

Goldener Schnitt
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$g = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.6180..$$



2007, Wien

© Fraunhofer Austna



Monte Carlo Simulation

▶ Multiplikativ:

$$X_{i+1} = aX_i \pmod{m}$$

Durch eine geeignete Wahl der Parameter a und c und einen guten Startwert (seed) kann man Zyklen mit einer sehr langen Periode erzielen, im Extremfall sogar einen einzigen Zyklus, der hintereinander die Werte zwischen 0 und m-1 berührt, wobei alle Werte die Häufigkeit 1/m aufweisen.

Die Zahlenfolge erscheint zufällig, allerdings lässt sich die verborgene Deterministik relativ leicht enttarnen.

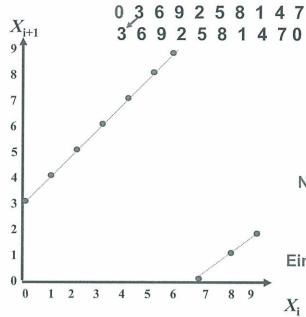
Beispiel:

 $X_{i+1} = (X_i + 3) \bmod m$ Mit $X_0 = 0$ erhalten wir die Folge 0 3 6 9 2 5 8 1 4 7 0

Ruelle (Takens & Verlaches

Monte Carlo Simulation

Die Unzulänglichkeiten treten zutage, wenn wir mit Hilfe des Zufallszahlengenerators Punkte in einem Quadrat auslosen wollen.



Zufallszahlengenerator erzeugt nur m von m² Möglichkeiten Das Verhältnis beträgt $m/m^2 = 1/m$ Nur 90% der Punkte werden nicht realisiert



Einfacher Unabhängigkeitstest

 $X_{\mathbf{i}}$

2007, Wien © Fraunhofer Austria

73



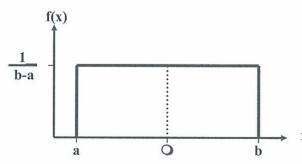
Fraunhofer

Monte Carlo Simulation

Verteilungen

Gleichverteilung





$$m = \frac{a+b}{2}$$
$$s^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

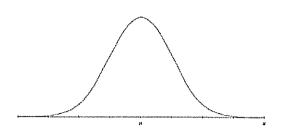
Dichtefunktion (pdf)

Verteilungsfunktion (cdf)

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$
für $a \le x \le b$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x < a \\ \frac{x - a}{b - a} & \text{wenn } a \le x \le b \\ 1 & \text{wenn } b < x \end{cases}$$

▶ Normalverteilung



Dichtefunktion (pdf)

$$f(x) = \frac{e^{-(x-m)^2} / 2s^2}{s \sqrt{2p}}$$

Verteilungsfunktion (cdf) Es existiert keine geschlossene Form

Standardnormalverteilung

$$\mu = 0$$
 und $\sigma = 1$

Zentraler Grenzwertsatz

Die Summe von n unabhängigen Zufallsvariablen mit derselben Verteilung (Verteilungsfunktion, μ und σ) ist asymptotisch normalverteilt

$$\bar{x} \gg N(ms/\sqrt{n})$$

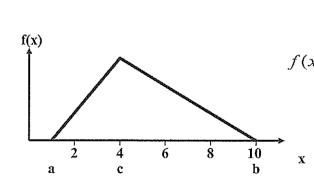
2007, Wien © Fraunhofer Austria

75



Monte Carlo Simulation

Dreiecksverteilung



$$m = \frac{a+b+c}{3}$$

$$s^{2} = \frac{a^{2}+b^{2}+c^{2}-ab-ac-bc}{18}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{wenn } a \le x \le c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \text{wenn } c < x \le b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Verteilungsfunktion (cdf)

$$m = \frac{a+b+c}{3}$$

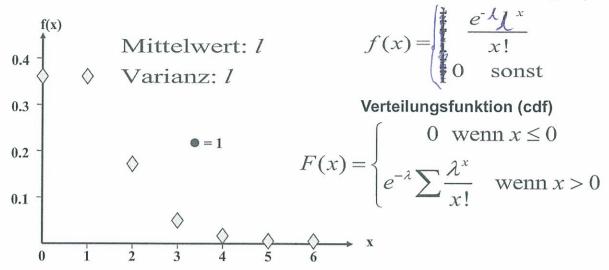
$$s^{2} = \frac{a^{2}+b^{2}+c^{2}-ab-ac-bc}{18}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x < a \\ \frac{(x-a)^{2}}{(b-a)(c-a)} & \text{wenn } a \le x \le c \\ 1 - \frac{(b-x)^{2}}{(b-a)(b-c)} & \text{wenn } c < x \le b \\ 1 & \text{wenn } b < x \end{cases}$$

pmf = propolality mass function

Monte Carlo Simulation

Poisson-Verteilung (Verteilung der sellerer Eregnisses)
Wahrscheinlichkeitsfunktion (pmf)

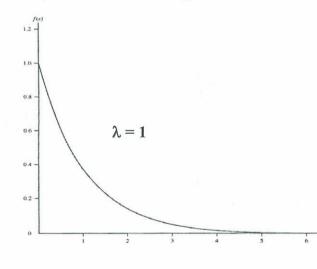


2007, Wien © Fraunhofer Austria



Monte Carlo Simulation

Exponentialverteilung



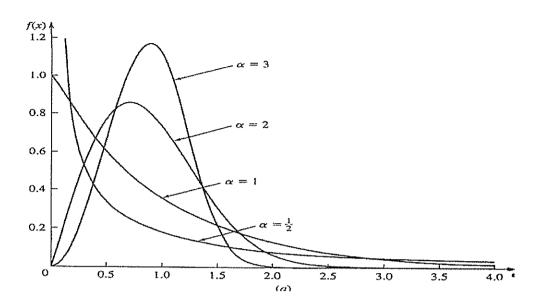
Dichtefunktion (pdf)

$$f(x) = \begin{cases} \int_{a}^{b} dx & \text{wenn } x \ge 0 \\ 0 & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

Verteilungsfunktion (cdf)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x < 0 \\ 1 - e^{-x} & \text{wenn } x \ge 0 \end{cases}$$

▶ Weibull-Verteilung



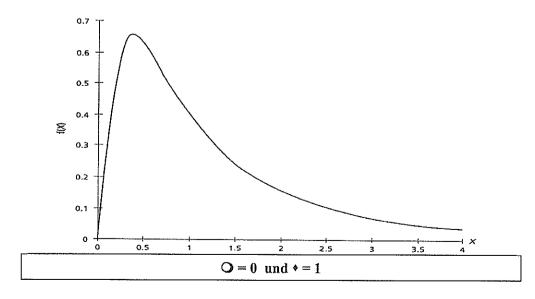
2007, Wien & Fraunhofer Austria

79



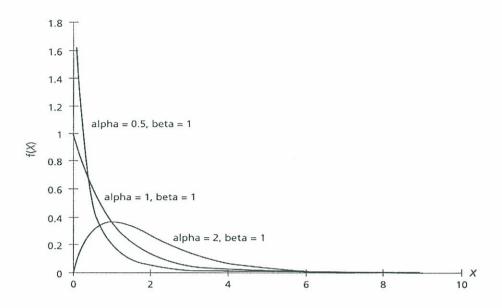
Monte Carlo Simulation

▶ Lognormal-Verteilung





▶ Gamma-Verteilung



2007, Wien © Fraunhofer Austria

81

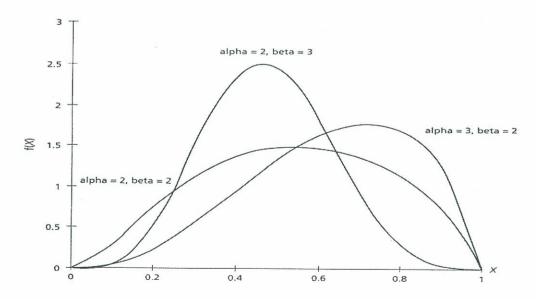
TU offendative more and the second of the se

Fraunhofer

PERT-Metoole (Amerita)

Monte Carlo Simulation

Beta-Verteilung





Verwendung der Verteilungen

▶ Gleichverteilung

Zufallszahlengeneratoren liefern gleichverteilte Zufallszahlen mit a=0 und b=1 Wird dann verwendet, wenn man keine genauen Angaben über die tatsächliche Verteilung machen kann

Normalverteilung

Kommt bei vielen natürlichen Phänomenen vor Fehler und Bedienzeiten sind oft normalverteilt

Zentraler Grenzwertsatz

Dreiecksverteilung

Oft als gute Approximation für andere Verteilungen verwendet Bei unvollständigen Daten

▶ Poisson-Verteilung

Verteilung der seltenen Ereignisse

Beschreibt sehr gut Ankunftsraten (Anzahl von Ankünften in einem gegebenen Zeitintervall, Fehler pro lines of code, nachgefragte Mengen pro Zeitintervall,..)

2007, Wien

83



Monte Carlo Simulation

▶ Exponentialverteilung

Ist eine Verteilung ohne Gedächtnis (memoryless)

Zwischenankunftszeiten sind oft exponentialverteilt (Ankünfte von Personen, Zeiten zwischen dem Auftreten von Fehlern)

Wird als Inverse der Poisson-Verteilung verwendet

▶ Weibull-Verteilung

Kann viele verschiedene Formen annehmen

Lebenszeiten von Maschinen

Oft anstelle der Exponentialverteilung eingesetzt

Lognormal-Verteilung

Im Gegensatz zur Normalverteilung eine schiefe Verteilung

Phänomene, bei den große Werte kleine Wahrscheinlichkeiten haben und negative Werte unmöglich sind (Bearbeitungszeiten)

Tritt auf, wenn mehrere Normalverteilungen miteinander multipliziert werden



▶ Gamma-Verteilung

Oft für die Modellierung von Prozessen oder Reparaturzeiten von Maschinen verwendet

Liefert in manchen Fällen eine bessere Approximation als die Exponentialverteilung

Sonderfall: Erlang-Verteilung (a ganzzahlig und gleich dem Mittelwert)

Beta-Verteilung

Sehr flexibel, Anwendung bei PERT

2007, Wien & Fraunholer Austria



Monte Carlo Simulation

Transformationen

Transformation gleichverteilter Zufallszahlen im Intervall [0,1) in gleichverteilte Zufallszahlen in einem beliebigen Intervall [a,b]

$$U(0,1) \rightarrow U(a,b)$$

$$x = a + (b - a) \cdot RN$$

Transformation gleichverteilter Zufallszahlen im Intervall [0,1) in exponentialverteilte Zufallszahlen mit dem Mittelwert λ

Bei der Exponentialverteilung ist der Weg direkt über die Umkehrfunktion der kumulierten Wahrscheinlichkeitsverteilung möglich

Sei X eine Zufallsvariable mit der kumulierten Wahrscheinlichkeitsfunktion F(x)

$$F(x) = P(X \le x)$$

Dann können Realisierungen von X mit Hilfe gleichverteilter Zufallszahlen RN über die Beziehung $X = F^{-1}(RN)$ erzeugt werden

 F^{-1} ist die Umkehrfunktion von F(x).

Die kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung (cdf) lautet:

$$x = 1 - e^{-\lambda y}$$

Die Auflösung der Gleichung nach y liefert :

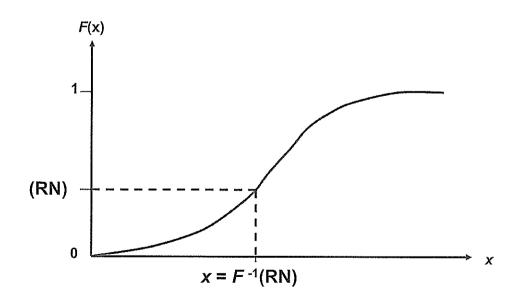
$$y = -\frac{1}{1} \ln(1-x)$$
 bzw. $y = -\frac{1}{1} \ln x$

2007, Wien & Fraunhofer Austria

87

Fraunhofer

Monte Carlo Simulation



Anpassungstests

Eine wichtige Aufgabe besteht darin, zu überprüfen, ob vorliegende Daten einer bestimmten Verteilungsfunktion genügen (goodness-of-fit tests)

▶ Chi-Quadrat-(χ²-)Test

$$c^{2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_{bi} - f_{ei})^{2}}{f_{ei}}$$

 f_{bi} = beobachte Häufigkeit in der Zelle i f_{ei} = erwartete Häufigkeit in der Zelle i k = Anzahl der Zellen

2007, Wien ∑ Fraunhofer Austria

89



Monte Carlo Simulation

lst $\chi 2$ kleiner als der kritische Wert in der Tabelle der $\chi 2$ –Verteilung, so wird die Nullhypothese (H0) akzeptiert

 H_0 : die Stichprobendaten stammen von einer spezifizierten Verteilung H_1 : die Stichprobendaten stammen nicht von einer spezifizierten Verteilung

Um den richtigen Wert in der Tabelle finden zu können, benötigt man die Anzahl der Freiheitsgrade, die folgendermaßen berechnet werden:

$$v = k - 1 - c$$

wobei k die Anzahl der Zellen und c die Anzahl der Parameter ist

Beispiel Zufallszahlengenerator U(0,1)

Untere Grenze der Zelle	Obere Grenze der Zelle	f _{bi}	f _{ei}	$\frac{(f_{\rm bi} - f_{\rm ei})^2}{f_{\rm ei}}$
0.0	0.1	7	10	0.9
0.1	0.2	12	10	0.4
0.2	0.3	11	10	0.1
0.3	0.4	11	10	0.1
0.4	0.5	9	10	0.1
0.5	0.6	5	10	2.5
0.6	0.7	11	10	0.1
0.7	0.8	11	10	0.1
0.8	0.9	17	10	4.9
0.9	1.0	6	10	1.6
			χ²	10.80

2007, Wien



Monte Carlo Simulation

Da bei einer Gleichverteilung c = 0 und in unserem Fall k = 10 ist. ergibt sich für die Anzahl der Freiheitsgrade

$$v = k - 1 - c = 10 - 1 = 9$$

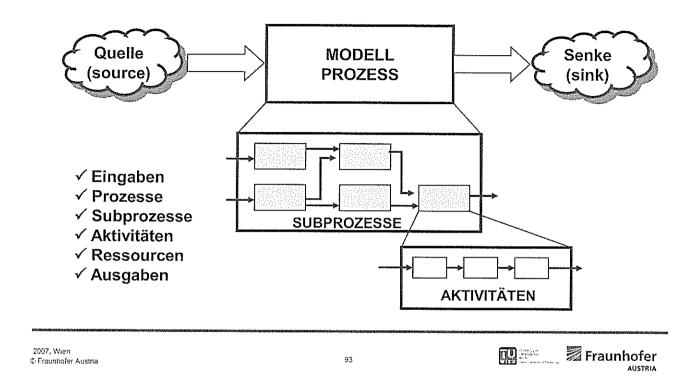
Der entsprechende Wert in der Tabelle ist bei einem Signifikanzniveau von 0.05 gleich 16.919

Da der $\chi 2$ -Wert (10.80) kleiner ist als der Wert in der Tabelle (16.919) wird die Nullhypothese Ho akzeptiert

Probleme ergeben sich dadurch, daß man bei diesem Test relativ viele Zellen (Kategorien) braucht, wobei jede Zelle zumindest 5 Beobachtungen enthalten sollte

Für kleine Stichproben wird daher oft der Kolmogorov-Smirnov (KS)-Test oder der Anderson-Darling-Test verwendet

Begriffswelt



Diskrete Simulation

Hauptanwendungsgebiet: Warteschlangenmodelle

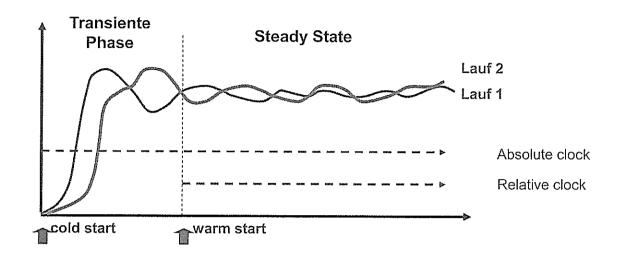
Unterschiede zur analytischen Warteschlangentheorie:

- Beliebige empirische und analytische Verteilungen
- Behandlung kaskadischer Modelle
- Transiente Phase und/oder Steady State Zustand
- Auch komplexe Modelle leicht erstellbar



Transiente Phase: Einschwingverhalten

Steady State: Zustand nicht mehr abhängig von den Anfangsbedingungen



2007, Wien © Fraunhofer Austria

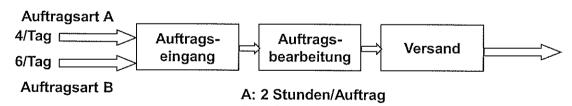
95



Fraunhofer

Diskrete Simulation

Die Nichtberücksichtigung stochastischer Einflüsse bei dynamischen Prozessen führt zu falschen Ergebnissen



B: 4 Stunden/Auftrag 4 Mitarbeiter: je 8 Stunden/Tag

Auftragsart	Anzahl (Pro Tag)	Dauer (in Stunden)	Aufwand (in Stunden)	
Α	4	2	8	
В	6	4	24	SUMME: 32
Mitarbeiter	Anzahl	Stunden/Tag	Kapazität/Tag	Auslastung
	4	8	32	100%

Elemente der Simulationssprache GPSS

► TRANSAKTIONEN (transactions, Xactions)

"Bewegte" Einheiten, die Zustandsänderungen auslösen

- ▶ Interne Transaktionsnummer
- ▶ Priorität
- **○** Geburtsstunde (Mark Time)
- ▶ Parameter

▶ EINRICHTUNGEN

> Facility

Binäre Einrichtungen mit einer Kapazität 1(frei – belegt)

Storage

Einrichtungen mit einer Kapazität > 1 (leer – teilweise belegt – voll)

97

Switch
 ■
 Switch
 Switch
 ■
 Switch
 Sw

Schalter haben zwei Zustände (Ein - Aus)

2007, Wien © Fraunhofer Austria



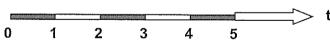
Fraunhofer

Diskrete Simulation

UHR (clock)

Repräsentiert die Zeit im Modell

Next Time Logic (zeitorientierte Logik): fixes Inkrement (äquidistant)



▶ Next Event Logic (ereignisorientierte Logik): variables Inkrement



ZUFALLSZAHLEN (random numbers)

Zufallszahlengeneratoren erzeugen gleichverteilte Pseudozufallszahlen im Intervall [0,1) oder in einem vorgegebenen Intervall [a,b]

ZUSTANDSVARIABLEN (System Numerical Attributes – SNAs)

Auf die Zustandsvariablen, die vom Programm verwaltet werden, kann über mnemotechnische Abkürzungen zugegriffen werden

► KETTEN (chains)

Transaktionen werden mit Hilfe von Listen verwaltet

Current Events Chain (CEC)

Enthält alle Transaktionen, deren Ereigniszeit (EZ) gleich dem momentanen Stand der Uhr (C1) ist. Innerhalb der CEC werden die Transaktionen nach ihrer Priorität gereiht

Nummer	Mark Time	EZ	Priorität
17	15	40	90
5	7	40	85
22	30	40	70
12	12	40	65
18	22	40	20



2007, Wien & Fraunhofer Austria

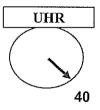
99

Fraunhofer

Diskrete Simulation

Enthält alle Transaktionen, deren Ereigniszeit (EZ) größer als der momentane Stand der Uhr (C1) ist. Innerhalb der FEC werden die Transaktionen nach ihrer Ereigniszeit gereiht

Nummer	Mark Time	EZ	Priorität
1	2	48	10
4	6	55	15
2	3	55	12
6	8	62	65
15	13	73	70



Ermöglichen die Realisierung benutzerspezifischer Warteschlangendisziplinen



▶ GPSS-BLÖCKE Modifizierbare Unterprogramme Sie bilden mit den Steueranweisungen und den Definitionen den Input

D QUELLE/SENKE

L	OPERATION	Α	В	С	D	E
	GENERATE	Mittel- wert	Streu- ung	Zeit vor der Erzeugung der ersten Transaktion	Anzahl der Trans- aktionen	Priorität
	TERMINATE	Dekre- ment für Termi- nierungs- zähler				

L: Location (Label, Adresse eines Blocks)

2007, Wien	
Ci Ersuchedor	Artetria

101

1	Fraunhofer
	AUSTRIA

Diskrete Simulation

▷ FACILITY

L	OPERATION	Α	В	С	D	E
	SEIZE	Name/Nr. Facility				
	RELEASE	Name/Nr. Facility				

▷ STORAGE

L	OPERATION	А	В	С	D	E
	ENTER	Name/Nr. Speicher	Gewicht			
	LEAVE	Name/Nr. Speicher	Gewicht			
N	STORAGE	Kapazität	28 82 02 45 41 5		0.0000000000000000000000000000000000000	

N: Name (Speicher, Tabelle, Funktion,...)

▷ BEDIENZEIT und WARTESCHLANGEN

L	OPERATION	Α	В	С	D	E
	ADVANCE	Mittel- wert	Streu- ung			
	QUEUE	Name/Nr. des Queue	Gewicht			
	DEPART	Name/Nr. des Queue	Gewicht			

462534060	idefilere <u>nt in er oktobilen bilande av a</u> den sammer stander betraktiger	Participation of the professional and the contract of the cont	la compania formación (de Agonación Esta destrita de martir placación como como esta como esta como esta como e	Sec. 150
I N	QTABLE	Name der Obere	Breite der Anzahl	
	I WIALL	Maine del Obele	Diette dei Alizaili	800
			I I I I I I I I I I I I I I I I I I I	
800000000		Queue Grenze	1/1	30.00
37.25		Queue Grenze	l Klassen 📗 der 📗	
A 400 K 400 K		Percela catala escala Para Pala Pala December a income de la Colonia de Colon	Vanteuret versten en europe Green verst. Dezember 1997 bestellt 1997 bestellt 1997 bestellt 1997 bestellt 1997	100 TO
00000000		1.Klasse	Klassen	
703274		'''''		

2007, Wien

103



Diskrete Simulation

⊳ LOGIK

L	OPERATION	А	В	С	D	Е
	TRANSFER	y	Adresse			:
		.xxx	Adresse	Adresse		
		вотн	Adresse	Adresse		
	TEST Vo	SNA	SNA	[Adresse]		

Vo: Vergleichsoperator: E, NE, G, GE, L, LE

> TABELLEN

L	OPERATION	Α	В	С	D	E
	TABULATE	Name/Nr.	Gewicht			
		der Tabelle				
N	TABLE	SNA	Obere	Breite der	Anzahl	
		RT	Grenze	Klassen	der	
		IA	1.Klasse		Klassen	



▷ PAMETER und SAVEVALUES

L	OPERATION	A	В	С	D	E
	MARK	Parameter Nr.				
	ASSIGN	Parameter Nr.[+/-]	Wert	[Funktions-Nr.]		
	SAVEVALUE	Savevalue- Nr. [+/-]	Wert			
	INITIAL	Schalter/ Savevalue/ Matrix	Wert			

20	07,	Wien	
್ ೯	rau	nholer	Austria





Diskrete Simulation

> ASSEMBLY SETS

Menge aller Transaktionen, die von derselben Originaltransaktion stammen

L	OPERATION	Α	В	С	D	E
	SPLIT	Anzahl Kopien	Adresse Kopien	Parameter-Nr.		
	MATCH	Adresse korresp. Match-Bl.				
	ASSEMBLE	Anzahl zu vereinig. Transakt.				
	GATHER	Anzahl zu sammelnd. Transakt.				



L	OPERATION	Α	В	С	D	E
70.05	START	Term.Count	[NP]			
	RESET					
	CLEAR					1 2 5 5 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6
1821/37						

▷ DEFINITIONEN

L	OPERATION	Α	В	С	D	E
	10 on 94 on 45 on 32 on 5 on					
	FUNCTION	Argument (SNA)	Тур			
	VARIABLE	Arithmet. Ausdruck				
	FVARIABLE	Arithmet. Ausdruck				

2007, Wien © Fraunhofer Austria

107



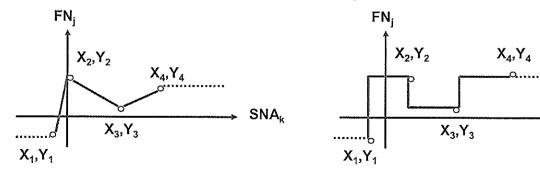
Diskrete Simulation

FUNKTIONSTYPEN

Kontinuierlich: Cn (continuous)

Diskret: Dn (discrete)

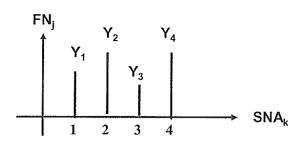
n: Anzahl der Stützpunkte

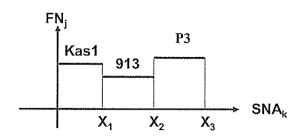


SNAk

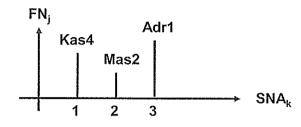
Ln (list, Listenfunktion)

En (diskret mit Attributwerten)





Mn (Listenfunktion mit Attributwerten)

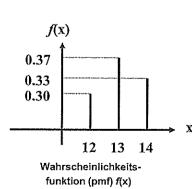


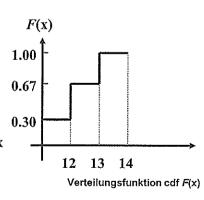
2007, Wien © Fraunholer Austria

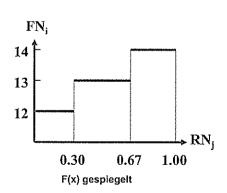


Diskrete Simulation

Simulation von externen Plattenspeichern







Plattenadresse	Zugriffswahrscheinlichkeit
12	0.30
13	0.37
14	0.33

Platte FUNCTION RN8,D3 0.3,12/0.67,13/1.0,14

SIMULATION EINES SUPERMARKTS

Die Zwischenankunftszeiten der Kunden sind gleichverteilt im Intervall [0s,60s]. Jeder Kunde nimmt sich zwingend einen Einkaufswagen. Ist kein Wagen frei, so wartet der Kunde. 70 % der Kunden (reguläre Kunden) brauchen für den Einkauf zwischen 10 und 30 Minuten, der Rest sind Expresskunden, die sich zwischen 3 und 7 Minuten im Markt aufhalten und für die eine eigene Expresskassa zur Verfügung steht. Die Abfertigung liegt gleichverteilt im Intervall [25s,65s]. Für die regulären Kunden gibt es drei Kassen, wobei die mit der kürzesten Warteschlange gewählt wird. Die Abfertigung liegt gleichverteilt im Intervall [45s,105s]. 6 von 10 Kunden nehmen den Einkaufswagen mit zum Parkplatz. Dadurch wird der Einkaufswagen erst nach weiteren 1 bis 3 Minuten frei.

Der Betreiber des Supermarktes ist an folgenden Informationen interessiert:

- >Auslastung der Kassen, Länge der Warteschlangen und Wartezeiten
- >Verteilung der Aufenthaltszeiten im Markt (reguläre Kunden bzw. Expresskunden)
- Stellt die Anzahl der Einkaufswagen (40 Stück) einen Engpass dar?

2007, Wren & Fraunhofet Austria

111



Diskrete Simulation

ANWENDUNGEN

▶ WARTESCHLANGENPROBLEME

Datenfernverarbeitungssysteme

Implementierung von Rechnern

Supermärkte

Kassenhallen

Informationsflüsse

Business Reengineering

Personenflüsse

Materialflüsse (Supply Chains: hoher Servicegrad bei geringen Kosten)

Job Shop Modelle/Produktionssysteme

Lagerhaltungsmodelle

Liftsteuerungen

Flughäfen



MONTE CARLO SIMULATIONEN Rundreiseprobleme (TSP)

Ablaufstochastische Netzpläne
Abbaupläne im Bergbau
Entwicklung von Medikamenten
IT - Projekte
Umstellung auf elektronisches Grundbuch

2007, Wien © Fraunhofer Austria



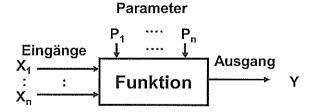
Fraunhofer AUSTRIA

Kontinuierliche Simulation

Ausgangspunkt einer kontinuierlichen Simulation ist entweder ein Blockschaltbild oder ein mathematisches Modell (Differentialgleichungssystem)

Blockschaltbild

Mathematisches Modell



$$Y = f(P_1,...P_n,X_1,...,X_n)$$

Die blockorientierten Simulationsprogramme beruhen oftmals auf der Programmiersprache FORTRAN (FORmula TRANslator)

Die Anweisungen lassen sich in drei Gruppen einteilen:

FORTRAN-Anweisungen

Blöcke

Datenanweisungen
 ■

Anfangsbedingungen

Parameter

Konstante

Übersetzung

Ausführung (Schrittweite, Simulationsmethode, ...)

Ausgabe (numerisch, grafisch, Ausgabeschrittweiten,..)

2007, Wien © Fraunhofer Austria

115



Kontinuierliche Simulation

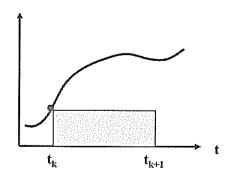
▶ Integration

Y = INTGRL (IC,X)

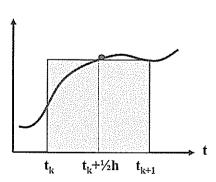
IC: Initial Conditions

$$y = \int_{t_0}^t x dt + y(t_0)$$

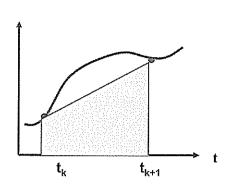
Rechteckregel



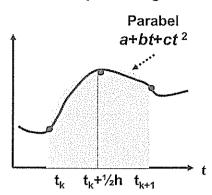
Mittelpunktregel



Trapezregel



Simpson-Regel



2007, Wien & Fraunhofer Austria

117



Kontinuierliche Simulation

▶ Halteglied

Y = ZHOLD (X1,X2) v = x2 für x1 > 0

y = letzter Wert von x2 für x1 ≤ 0

▶ Unempfindlichkeit

Y = DEADSP (P1,P2,X)

y = 0 für $p1 \le x \le p2$

y = x - p2 für x > p2y = x - p1 für x < p1

⊳Totzeit

Y = DELAY (N,P,X) y(t) = x(t-p) für $t \ge p$ y = 0 für t < p

P: Verzögerung

N: Anzahl der Stützpunkte in P

⊳Begrenzer

Y = LIMIT (P1,P2,X)

y = p1 für x < p1y = p2 für x > p2

y = x für $p1 \le x \le p2$

▶ Analogrechner

Vorteile	Nachteile				
Parallelität	Begrenzte Ein-/Ausgabe				
	Begrenzte Genauigkeit				
	Begrenzte Speichermöglichkeiten				
	Hardware abhängig von Problemgröße				

▶ Digitalrechner

Vorteile	Nachteile
Hohe Genauigkeit	Sequentielle Arbeitsweise
Vielfältige Ein-/Ausgabe	Integrationsfehler
Hohe Speicherkapazität	
Hardware unabhängig von Problemgröße	

2007, Wien & Fraunhofer Austria

119





Kontinuierliche Simulation





Problemdefinition Verbalmodell/Grafik Blockschaltbild Gleichungssystem Blockorientiertes Simulationsdiagramm TRANSLATOR Simulationsprogramm in der Zielsprache COMPILER Maschinenprogramm

2007, Wien & Fraunhofer Austria

121

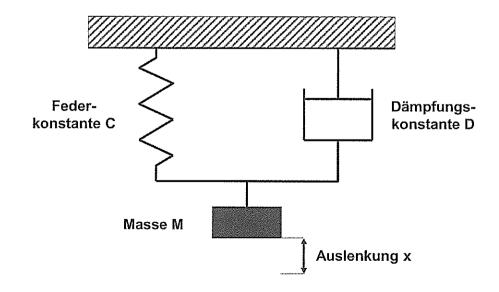
Ergebnisanalyse



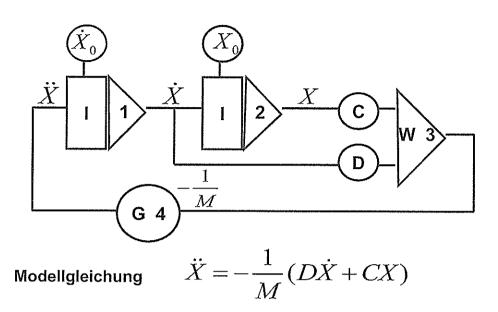
SIMULATOR

Kontinuierliche Simulation

GEDÄMPFTES FEDER-MASSE-SYSTEM



Blockschaltbild



2007, Wien © Fraunhofer Austria

Fraunhofer

Kontinuierliche Simulation

Blockorientiertes Simulationsdiagramm

123

TITLE GEDÄMPFTES FEDER-MASSE-SYSTEM

*STRUKTURANWEISUNGEN

XP=INTGRL(XP0,X2P)

X=INTGRL(X0,XP)

X2P=-D*XP/M-C*X/M

*DATENANWEISUNGEN

PARAMETER D=0.3,M=1.76,C=4.0

INCON X0=1.0,XP0=0.0

STEUERANWEISUNGEN

PRINT X,XP,X2P

PRTPLOT X

TIMER DELT= 0.1,FINTIM=20.0,PRDEL=1.0,OUTDEL=1.0

METHOD SIMP

END

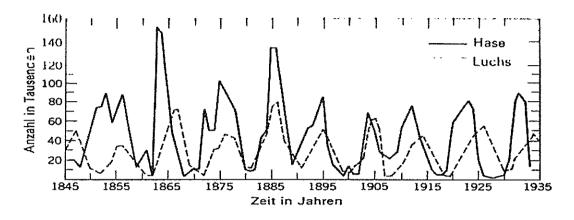
STOP

ENDJOB



RÄUBER-BEUTE-MODELLE

In einem Areal leben Luchse (Räuber) und Hasen (Beute)
Die Populationsgrößen zeigen periodische Schwankungen, die aus den
Aufzeichnungen in den Jahren von 1845 bis 1935 der Hudson Bay Company
deutlich sichtbar sind



2007, Wien & Fraunhofer Austria

125



Kontinuierliche Simulation

A.Lotka (1920) und V. Volterra (1931) haben sich mit Populationsdynamiken beschäftigt. Das Lotka-Volterra-Modell beschreibt eine Räuber-Beute-Dynamik, bei der die Beutetiere N nur durch die Räuber M verringert werden, während die Vermehrung der Räuber nur von der Anzahl der Beutetiere N abhängt. b_N bzw. b_M beschreiben die natürlichen Sterberaten.

$$dN/dt = (a_N - b_N M)N$$
$$dM/dt = (a_M N - b_M)M$$

DERIVATIVE

n1p = an*n-bn*n*m
m1p = am*n*m-bm*m
n = integ(n1p,n10)
m = integ(m2p,m10)
END

ACSL-Programm (Advanced Continuous Simulation Language)

ANWENDUNGEN

Schwingungsprobleme bei Kraftfahrzeugen (Radaufhängung) Entwicklung von Automatikgetrieben Verwindungsprobleme bei Traktoren Strömungsverhalten von Karosserien Verformung von Fahrzeugen bei Unfällen

Flugbahnregelungen Schleudersitz-Untersuchungen Entwurf von Hubschrauber-Rotoren

Ausbeutung von Erdgasvorkommen Regel- und Sicherheitssysteme eines Reaktors

Anlagenbau: mechanische, chemische und thermische Prozesse

2007, Wien © Fraunhofer Austria

127



Kontinuierliche Simulation

Temperaturprofile bei Hitzeschildern

Magensaftproduktion Darmperistaltik

Liquiditätsmodelle Wechselwirkungen zwischen einem Unternehmen und seinem Markt Preispolitische Modelle

Nichtlineare Optimierungsprobleme (Gradientenverfahren)

Ökologische Modelle



SYSTEM DYNAMICS

Systemdynamik (System Dynamics) ist die Simulation

- ▶ komplexer,
- > zeitdiskreter,
- nichtlinearer.
- ▶ dynamischer

Systeme mit Rückkopplungsschleifen.

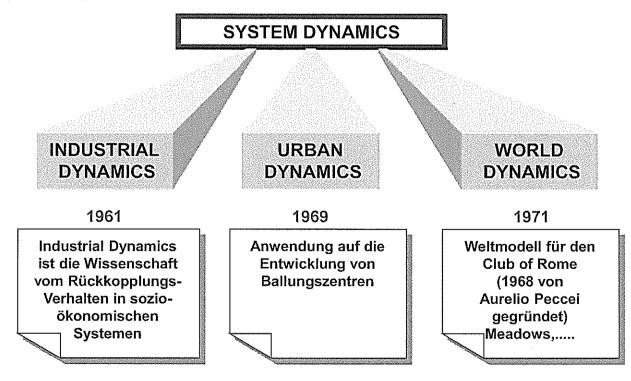
Jay Forrester (1958)

2007, Wien & Fraunhofer Austria

129



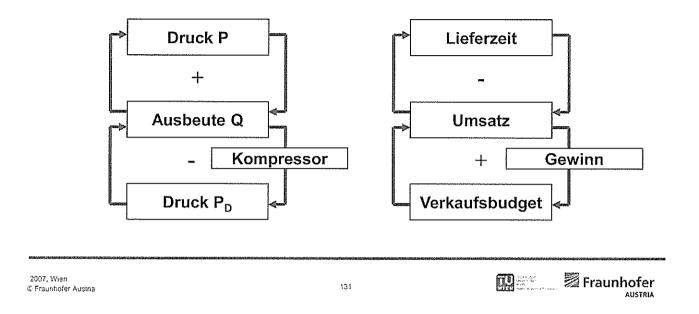
Fraunhofer

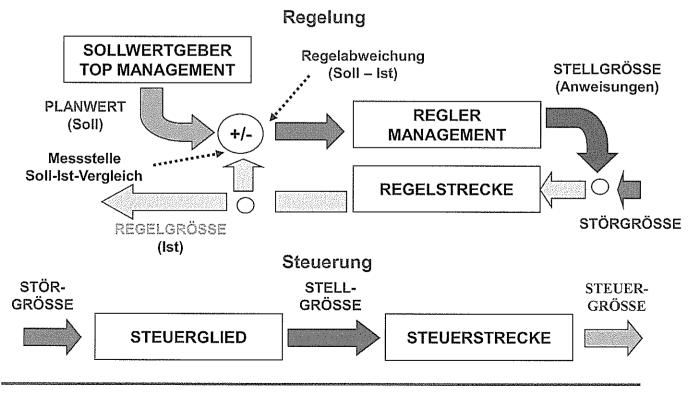


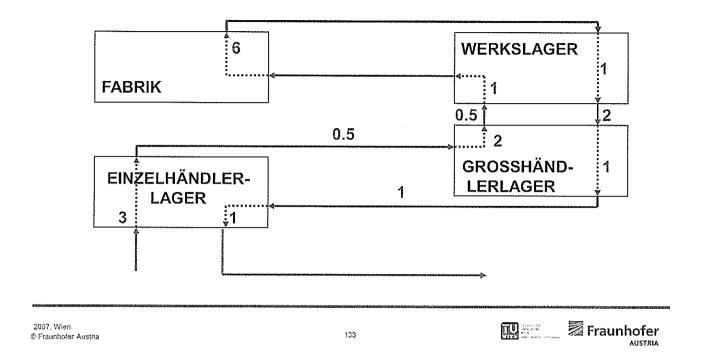


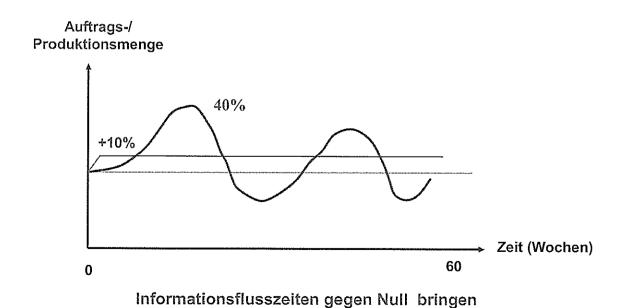
Industrial Dynamics

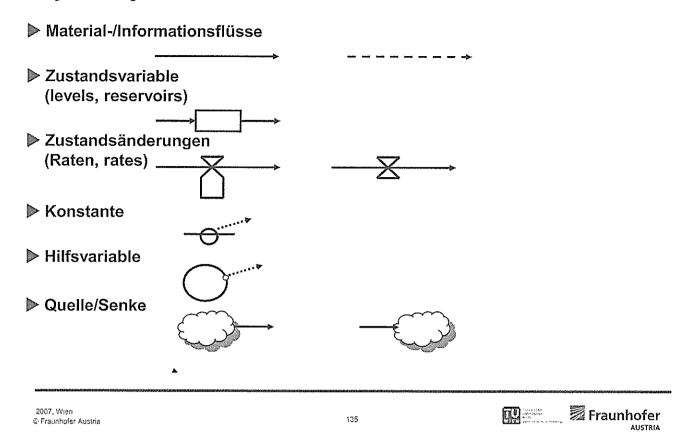
Übertragung von Erkenntnissen aus technischen Regelkreisen auf ökonomische Prozesse





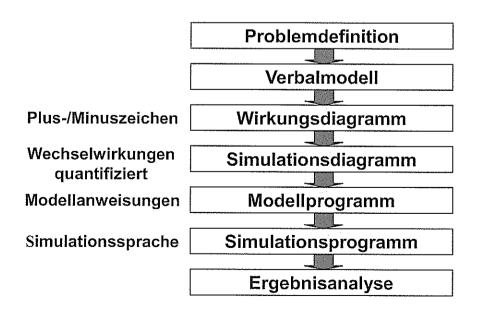




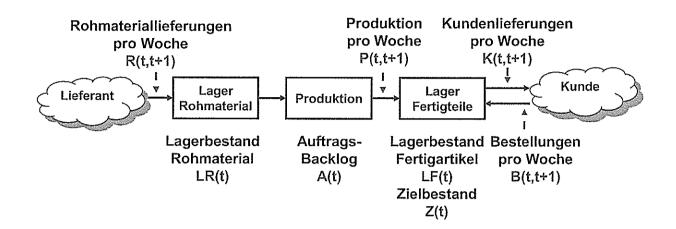


Systemdynamik

Vorgehensweise



Supply Chain - Modell



2007, Wien © Fraunhofer Austria

137



Systemdynamik

Modeligleichungen

Auftragsbacklog

$$A(t+1) = A(t) + B(t,t+1) - K(t,t+1)$$
 (1)

▶ Zielbestand (5 durchschnittliche Wochen)

$$Z(t+1) = (5/4)(B(t,t+1) + B(t-1,t) + B(t-2,t-1) + B(t-3,t-2))$$
 (2)

▶ Lagerbestand Rohmaterial

$$LR(t+1) = LR(t) + R(t,t+1) - P(t,t+1)$$
(3)

▶ Lagerbestand Fertigartikel

$$LF(t+1) = LF(t) + P(t,t+1) - K(t,t+1)$$
 (4)

Kundenlieferungen

$$K(t,t+1) = A(t)$$
 wenn $A(t) < LF(t)$
= $LF(t)$ sonst (5)

▶ Rohmateriallieferungen

$$R(t,t+1) = P(t-1,t)$$
 (6)

▶ Produktion

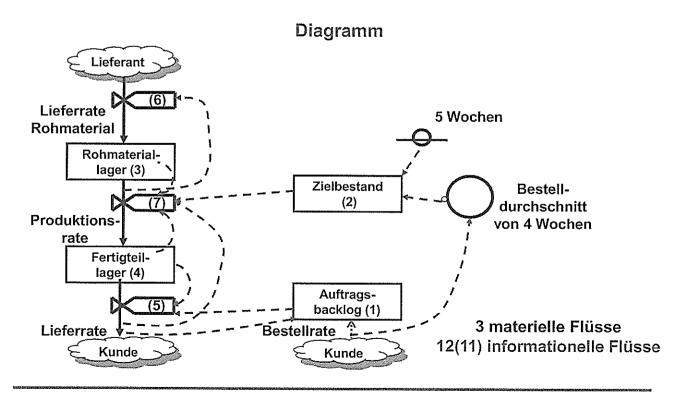
$$P(t,t+1) = Z(t) - LF(t) + K(t,t+1) \quad \text{wenn } 0 < P(t,t+1) < LR(t)$$

$$= 0 \quad \text{wenn } P(t,t+1) < 0$$

$$= LR(t) \text{ wenn } P(t,t+1) > LR(t)$$
(7)

2007, Wien © Fraunhofer Austria Fraunhofer AUSTRIA

Systemdynamik



139

Durchrechnung des Modells

t	В	Α	Z	LF	LR	R	Р	K
1	50	50	250	250	150	50	50	50
2	100	100	250	250	150	50	50	50
3	0	0	250	300	50	50	150	100
4	50	50	250	300	200	150	0	0
5	50	50	250	250	200	0	0	50
6	50	50	250	250	150	0	50	50
7	50	50	250	200	200	50	0	50
8	50	50	250	250	100	0	100	50
9	50	50	250	250	150	100	50	50
10	50	50	250	250	150	50	50	50

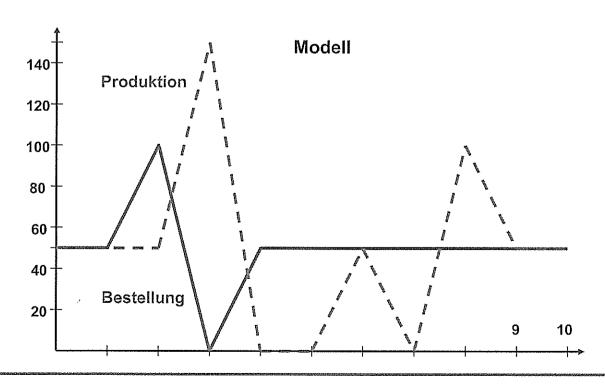
Anfangswerte



Fraunhofer

2007, Wien © Fraunhofer Austria

14



Modellrevision

▶ Rohmateriallieferungen

$$R(t,t+1) = B_{T} * (Z(t)/LF(t)$$

$$B_{T} : typische Bestellrate (z.B.: 50)$$
(6')

▶ Produktion

$$P(t,t+1) = LR(t)/3$$
 (7')

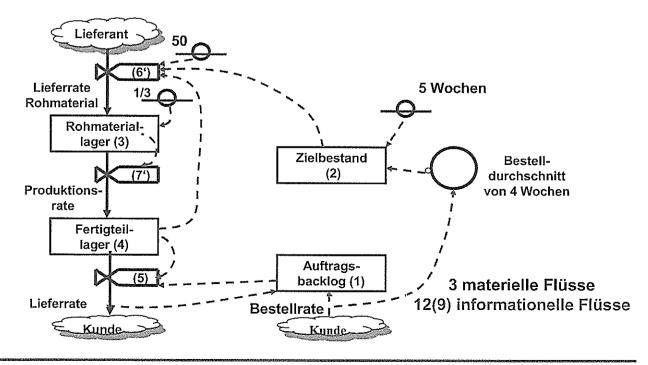
2007, Wien © Fraunhofer Austria

143

Fraunhofer AUSTRIA

Systemdynamik

Diagramm des revidierten Modells



Durchrechnung des revidierten Modells

t	В	Α	Z	LF	LR	R	Р	K
1	50	50	250	250	150	50	50	50
2	100	100	250	250	150	50	50	50
3	0	0	250	200	163	63	50	100
4	50	50	250	254	171	63	54	0
5	50	50	250	261	175	49	57	50
6	50	50	250	265	157	48	54	50
7	50	50	250	268	140	35	52	50
8	50	50	250	264	140	47	47	50
9	50	50	250	261	141	47	47	50
10	50	50	250	258	142	48	47	50

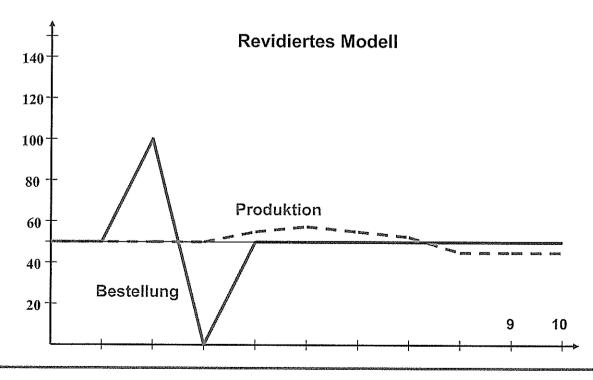
145

Anfangswerte

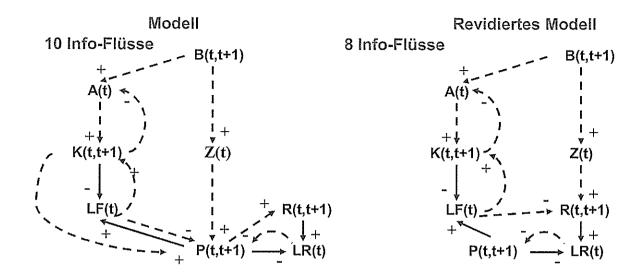
2007, Wien © Fraunhofer Austria







Vergleich der Wirkungsdiagramme



2007, Wien © Fraunhofer Austria Modell

147

Fraunhofer

Systemdynamik

Anwendungen

- ▶ Simulation von Unternehmensbereichen
- ▶ Simulation ganzer Unternehmungen
- Supply Chain Modelle
- Business Process Reengineering
- Populationsmodelle
- ▶ Ökologische Modelle
- **▶** Weltmodelle

Club of Rome

- Gründung 1968 durch Aurelio Peccei (Fiat und Olivetti) und Alexander King (Direktor für Wissenschaft, Technologie und Erziehung der OECD)
- "The Club of Rome is an informal, multinational, non political group of scientists, economists, planners, educators, and business leaders"
- > Besteht aus maximal 100 Mitgliedern
- > 1969 Entwicklung der Weltmodelle (Hasan Osbekhan, ab 1970 durch das MIT : Jay Forrester, D. L. Meadows)
- 1972: Dennis L. Meadows et al.: "Die Grenzen des Wachstums" (1973 Friedenspreis des Deutschen Buchhandels)

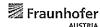
2007, Wien © Fraunhofer Austria

149



Das Weltmodell enthält fünf makroökonomische Größen:

- Bevölkerung
- > Kapital
- > Nahrungsmittel
- > Rohstoffvorräte
- > Umweltverschmutzung



WELTMODELL

Kontinuierliche Modellierung mit CSMP auf der Basis des Originalmodells in DYNAMO (J. W. Forrester "World Dynamics")

Datenanweisungen

CIDN1=0.025	RUN1=1,FC1=1,CIGN1=0.05,POLN1=1,DRN1=0.028,
	21 Konstanten
INCON	5 Anfangsbedingungen
* Dynamischer Teil	
FUNCTION	22 Funktionen

2007, Wien © Fraunhofer Austria

151



P=INTGRL(PI,(BR-DR))

NR=INTGRL(NRI,(-NRUR))

CI=INTGRL(CII,(CIG-CID))

POL=INTGRL(POLI,(POLG-POLA))

CIAF=INTGRL(CIAFI, CIAFDT)

CIAFDT=(CFIFR*CIQR-CIAF)/CIAFT

BR=P*INSW((TIME-SWT1,BRN.BRN1)*BRFM*BRMM*BRCM*BRPM

NRUR=P*INSW((TIME-SWT2),NRUN,NRUN1)*NRMM

DR=P*INSW((TIME-SWT3),DRN,DRN1)*DRMM*DRPM*DRFM*DRCM

CIG=P*INSW((TIME-SWT4),CIGN,CIGN1)*CIM

CID=CI*INSW((TIME-SWT5),CIDN,CIDN1)

POLG=P*INSW((TIME-SWT6),POLN,POLN1)*POLCM

FR=FPCI*FCM*FPM*INSW((TIME-SWT7),FC,FC1)/FN

POLA=POL/POLAT

MSL=ECIR/ECIRN

ECIR=CIR*(1-CIAF)*NREM/(1-CIAFN)

NRFR=NR/NRI

CR=P/(LA*PDN)

CIRA=CIR*CIAF/CIAFN

CIR=CI/P

POLR=POL/POLS

QL=QLS*QLM*QLC*QLF*QLP

22 Strukturanweisungen





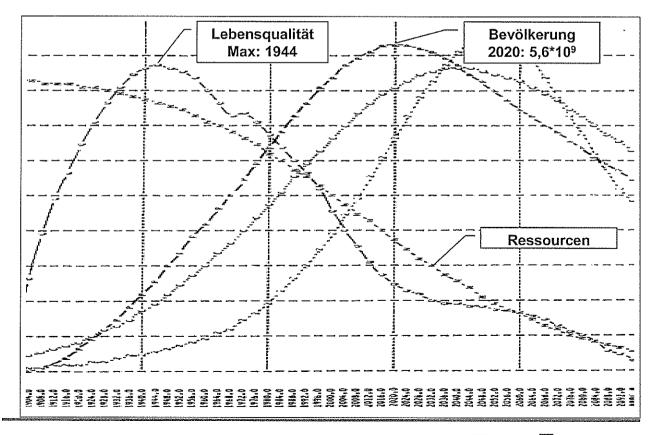
Steueranweisungen

TIMER FINTIM=2100,TIME=1900,DELT=0.2,OUTDEL=4 **METHOD TRAPZ** OUTPUT P, POLR, CI, QL, NR PAGE NTAB=0,SYMBOL=(P,2,C,Q,N) OUPUT FR,MSL,QLC,QLP,CIAF PAGE NTAB=0,SYMBOL=(F,M,4.5,A),GROUP=4

END STOP

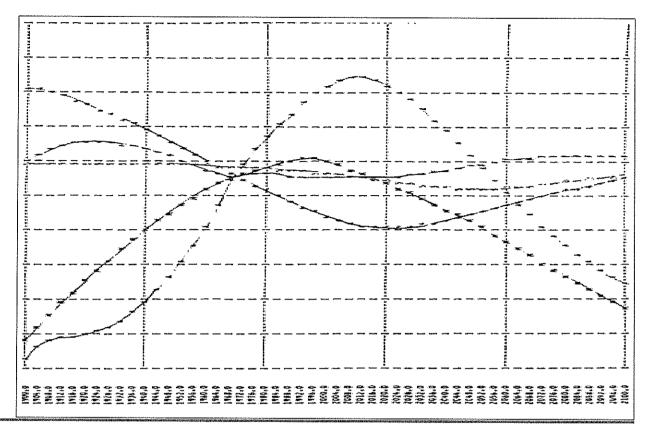
2007, Wien © Fraunhofer Austria

Fraunhofer



153





2007. Wien © Fraunholer Austria

155



Kritik am Weltmodell:

- > Zu schmale Datenbasis
- Modell reagiert zu sensitiv auf Anfangsbedingungen
- > Anfangsbedingungen sind nicht empirisch abgesichert
- Übervereinfachung
- > Fehlerhafte ökonomische Annahmen (Preismechanismen und Innovationen werden nicht entsprechend berücksichtigt)
- > Entwicklungsländer sahen in dem Trend zum Null-Wachstum eine Verfestigung des Status quo und damit eine Behinderung ihrer zukünftigen Entwicklungschancen
- > Studie ist ein "hohles und irreführendes Werk" (New York Times)
- > "altmodischer Unsinn" (The Economist)



PRODUKT	ANBIETER	WEB-ADRESSE
DYNAMO	Pugh-Robertson Associates	
iTHINK Powersim Stella Vensim	High Performance Systems Powersim AS High Performance Systems Ventana Systems, Inc.	www.hps-inc.com www.powersim.no www.hps-inc.com www.vensim.com

2007, Wien © Fraunhofer Austria



Systemplanung und Simulation

Literatur

Banks, J.: (Ed.): Handbook of Simulation. John Wiley & Sons, 1998

Banks, J./Carson, J.S./Nelson, B.L./Nicol, D.M.: Discrete-Event System Simulation. Pearson Education International, 2001

Bobillier, P.A./Kahan, B.C./Probst, A.R.: Simulation with GPSS and GPSS V. Prentice-Hall, 1976

Bossel, H.: Systemdynamik. Vieweg, 1987

Bossel,H.: Systeme, Dynamik, Simulation. Modellbildung, Analyse und Simulation komplexer Systeme. Books on Demand GmbH, 2004

Bratley, P./Fox, B.L./Schrage, L.E.: A Giude to Simulation. Springer, 1987

Breitenecker, F./Ecker, H./Bausch-Gall, I.: Simulieren mit ACSL. Eine Einführung in die Modellbildung, numerischen Methoden und Simulation. Vieweg, 1993

Coyle, R.G.: System Dynamics Modelling. A Practical Approach. Chapman & Hall, 1996

Evans, J.R./Olson, D.L.: Introduction to Simulation and Risk Analysis. Prentice Hall, 2002

Fishman, G.S.: Monte Carlo. Concepts, Algorithms, ans Applications. Springer-Verlag, 1996

Forrester, J.W.: Industrial Dynamics. M.I.T.-Press, 1961

Forrester, J.W.: Grundzüge der Systemtheorie. Gabler, 1972

Gharajedagi,J.: Systems Thinking. Managing Chaos and Complexity: A Platform for Designing Business Architecture. Elsevier, 2006

Gordon.G.: Systemsimulation. Oldenbourg, 1972

Harrington, H.J./Hoffherr, G.D./Reid, Jr., R.P.: Statistical Analysis Simplified. McGraw-Hill, 1998

Harrington, H.J./Tumay, K.: Simulation Modeling Methods. McGraw-Hill, 2000

Hering, E./Hermann, A./Kronmüller, E.: Unternehmenssimulation mit dem PC. Vieweg, 1989

Kelton, W.D./Sadowski, R.P./Sadowski, D.A.: Simulation with Arena. McGraw-Hill, 1998

Kuhn, A./Rabe, M.(Hrsg.): Simulation in Produktion und Logistik: Fallbeispielsammlung. Springer-Verlag, 1998

Law, A.M./Kelton, W.D.: Simulation Modeling and Analysis. McGraw-Hill, 2000 (1982)

Liebl,F.: Simulation. Problemorientierte Einführung. R. Oldenbourg Verlag, 1995

Ludewig, J.: Simulationsmodelle ganzer Unternehmungen. Gabler, 1975

Rathbauer, H.: Angewandte Simulation mit GPSS World for Windows. Logos Verlag, 2003

Robinson, St.: Simulation. The Practice of Model Development and Use. John Wiley & Sons, 2004

Roberts, N./Anderson, D./Deal, R./Garet, M./Shaffer, W.: Introduction to Computer Simulation. Addison-Wesley, 1983

Schriber, T.J.: Simulation Using GPSS. John Wiley & Sons, 1974

Schriber, T.J.: An Introduction to Simulation Using GPSS/H. John Wiley & Sons, 1991

Sobol, I.M.: Die Monte-Carlo-Methode. Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1991

Sterman,J.D.: Business Dynamics. Systems Thinking and Modeling for a Complex World. McGraw-Hill, 2000

Zeigler, B.P./Praehofer, H./T.G.Kim: Theory of Modeling and Simulation. Integrating Discrete Event and Continuous Complex Dynamic Systems. Academic Press, 2000

Zwicker, E.: Simulation und Analyse dynamischer Systeme in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. De Gruyter, 1981