

4.0 VU Theoretische Informatik und Logik – 2. Termin			
Teil 2		SS 2013	16.10.2013
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

6.) Formalisieren Sie folgende Aussagen als prädikatenlogische Formeln. Wählen Sie dabei zunächst eine geeignete Signatur und geben Sie die Kategorie und die intendierte Bedeutung aller Symbole vollständig an.

- (1) Mancher Schüler wird nur von Lehrerinnen unterrichtet, die alle Schüler unterrichten.
- (2) Leo ist ein Schüler, der nicht alle Lehrerinnen mag, von denen er unterrichtet wird.

(6 Punkte)

7.) Erklären Sie alle Fehler im folgenden ND-Ableitungsversuch:

$$\frac{\frac{[Q(f(z))]^1 \quad \frac{\exists x Q(x)}{Q(x)} \exists\text{-elim [1]}}{Q(f(z)) \wedge Q(x)} \wedge\text{-in}}{\exists z(Q(f(z)) \wedge Q(x))} \exists\text{-in}$$

Welche Konsequenzbehauptung wird durch diesen Ableitungsversuch ausgedrückt? Geben Sie (formal und vollständig) ein Gegenbeispiel \mathcal{I} zu dieser Konsequenzbehauptung an. \mathcal{I} soll einen möglichst kleinen Gegenstandsbereich haben. Erklären Sie warum \mathcal{I} ein Gegenbeispiel ist.

(6 Punkte)

8.) Untersuchen Sie folgende Konsequenzbehauptung mit dem Tableau-Kalkül: $\forall x \neg P(a, x) \models \neg \exists x \forall y [P(x, y) \supset P(y, x)]$; dabei sind γ - und δ -Formeln zu markieren. Falls die Behauptung nicht gilt, geben Sie (formal und vollständig) ein Gegenbeispiel an.

(6 Punkte)

9.) Beweisen Sie folgende Korrektheitsaussage über dem Datentyp \mathbb{Z} mit dem Hoare-Kalkül:

$$y \leq x \{ \text{if } x > -1 \text{ then begin } y \leftarrow 3 \cdot x; x \leftarrow y + x \text{ end else } x \leftarrow x - y \} y \leq x$$

Benennen Sie die verwendeten Regeln und vergessen Sie nicht, die Gültigkeit der resultierenden Formeln im Datentyp \mathbb{Z} zu begründen.

(6 Punkte)

10.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antworten mit richtiger Begründung; einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung; keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

- In der Formel $\exists z Q(z, a, x) \supset \forall x Q(y, x, f(y))$ kommen genau zwei Variablen frei vor.
Begründung: richtig falsch
- Es gibt erfüllbare prädikatenlogische Formeln, die nur genau ein Modell haben.
Begründung: richtig falsch
- Aus der Korrektheit des Tableau-Kalküls folgt, dass für jede gültige Formel F ohne freie Variablen ein geschlossenes Tableau mit Wurzel $\mathbf{f} : F$ existiert.
Begründung: richtig falsch

(6 Punkte)