Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben. ***Kein Bleistift!***
(Please give readable answers and use a fountain or ball pen. ***No pencil!*)**

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! Die minimale Punktezahl pro Multiple-Choice-Block beträgt 0 Punkte.
(Multiple-Choice Questions: Correct answers give positive points, but wrong answers give negative points! You cannot get less than 0 points per multiple-choice block.)

Habe 62/65 Punkten auf die Prüfung bekommen, aber keine Ahnung wo die Fehler sind ;)

Beispiel (Subtask) 1: **17 Punkte (points)**

Logikbasierte Wissensrepräsentation (Logic-based knowledge representation):

a) Geben Sie das "Equivalent Replacement Lemma" und das "Equivalent Replacement Theorem" an. Zeigen Sie mit Hilfe von *Interpretationsstrukturen* der Prädikatenlogik erster Stufe und dem "Equivalent Replacement Lemma", dass das "Equivalent Replacement Theorem" gültig ist.

(State the "equivalent replacement lemma" and the "equivalent replacement theorem". Using *first-order interpretation structures* and the "equivalent replacement lemma", show that the "equivalent replacement theorem" is valid.)

6 Punkte (points)

Lemma: Sei $\mathfrak{I} = \langle U, I, \alpha \rangle$ eine Interpretationsstruktur, mit Domain U, Interpretationsfunktion $I_{\mathfrak{I}}$, Variablenbelegung α. Dann folgt aus $\mathfrak{I} \models \psi_1 \leftrightarrow \psi_2$ auch $\mathfrak{I} \models \varphi[\psi_1] \leftrightarrow \varphi[\psi_2]$.

Theorem: Wenn $\psi_1 \equiv \psi_2$, dann auch $\varphi[\psi_1] \equiv \varphi[\psi_2]$.

~~Aus Beweis Theorem~~

ψ_1, ψ_2, φ geschl. Formeln.

Beweis des Theorems

1. $\psi_1 \equiv \psi_2 \Rightarrow \forall$ Interpretationsstrukturen I gilt

$$I \models \psi_1 \leftrightarrow \psi_2 .$$

2. Nach dem Lemma gilt somit für beliebige Interpretationsstruktur I nun auch $I \models \varphi[\psi_1] \leftrightarrow \varphi[\psi_2]$.

3. Da I beliebig war, ist ~~dies~~ ~~äquiv~~ $\varphi[\psi_1] \leftrightarrow \varphi[\psi_2]$ somit eine Tautologie und es gilt $\varphi[\psi_1] \equiv \varphi[\psi_2]$.

---

zu 1.: Wenn $\psi_1 \equiv \psi_2$ ist $Mod(\psi_1) = Mod(\psi_2)$.

Betrachtet man nun $\psi_1 \leftrightarrow \psi_2$ unter einer beliebigen Interpretation I gilt:

1. $I \models \psi_1$, also auch $I \models \psi_2$, also $I \models \psi_1 \leftrightarrow \psi_2$.

2. $I \not\models \psi_1$, also auch $I \not\models \psi_2$, also $I \models \psi_1 \leftrightarrow \psi_2$.

b) (i) Übersetzen Sie folgende Formel in Negationsnormalform (NNF):
(Convert the following formula to negation normal form (NNF):)

$$\exists x \forall y(\neg P(x,y) \to Q(y)) \land \exists u(\neg(P(u) \lor Q(u))).$$

$\exists x \forall y(P(x,y) \lor Q(y)) \land \exists v(\neg P(v) \land \neg Q(v))$.

(ii) Gegeben ist die Formel φ : $(\forall x \exists y((\neg P(x,y) \land \neg Q(x,x)) \lor (P(x,y) \lor Q(y,y))))$. Die NNF der Negation von φ ist folgende Formel:

$$(\exists x \forall y((P(x,y) \lor Q(x,x)) \land (\neg P(x,y) \land \neg Q(y,y))))$$

Verwenden Sie TC1 um zu zeigen, dass φ gültig ist.
(Given formula φ : $(\forall x \exists y((\neg P(x,y) \land \neg Q(x,x)) \lor (P(x,y) \lor Q(y,y))))$. The NNF of the negation of φ is the following:

$$(\exists x \forall y((P(x,y) \lor Q(x,x)) \land (\neg P(x,y) \land \neg Q(y,y))))$$

Use TC1 to show that φ is valid.)

5 Punkte (points)

1 $(\exists x \forall y((P(x,y) \lor Q(x,x)) \land (\neg P(x,y) \land \neg Q(y,y))))$

2 $\forall y((P(a,y) \lor Q(a,a)) \land (\neg P(a,y) \land \neg Q(y,y)))$

3 $(P(a,a) \lor Q(a,a)) \land (\neg P(a,a) \land \neg Q(a,a))$

4 $P(a,a) \lor Q(a,a)$

5 $\neg P(a,a) \land \neg Q(a,a)$

6 $\neg P(a,a)$
$\neg Q(a,a)$

7 $P(a,a)$ $\times$ | $Q(a,a)$ $\times$

$\Rightarrow$ geschlossenes Tableau
$\Rightarrow$ ~~gilt~~ φ gültig.

c) Überprüfen Sie, welche Eigenschaften auf die nachfolgend angeführten Formeln in Aussagenlogik und PL1 zutreffen und kreuzen Sie jeweils alle zutreffenden Eigenschaften an:
(Which properties do the following formulas in propositional logic and FOL have? Check all correct properties:)

$\neg\exists x\, \forall y(\neg F(x) \vee F(y))$

i. $\forall x((P(x) \vee Q(x)) \rightarrow \neg P(x))$

☒ erfüllbar (satisfiable) ☒ widerlegbar (refutable)
☐ Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

ii. $\exists x \forall y(F(x) \rightarrow F(y))$

☒ erfüllbar (satisfiable) ☐ widerlegbar (refutable)
☒ Tautologie (tautology) ☐ Kontradiktion (contradiction)

2 Punkte (points)

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:
(Check the correct answers:)

i. Ist φ unerfüllbar, so ist $\exists x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ gültig für beliebiges ψ.
(If φ is unsatisfiable, then $\exists x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ is valid for any ψ.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. $\forall x \exists y P(x, y)$ ist equivalent zu $\exists y \forall x P(x, y)$.
($\forall x \exists y P(x, y)$ is equivalent to $\exists y \forall x P(x, y)$.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

iii. Eine Formel ist genau dann unerfüllbar wenn ihre Negation gültig ist.
(A formula is unsatisfiable if and only if its negation is valid.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iv. Die leere Disjunktion ist in allen Interpretationsstrukturen falsch.
(The empty disjunction is false in every interpretation structure)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 2: **16 Punkte (points)**

Nichtmonotones Schließen (Nonmonotonic reasoning):

a) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a, b und c, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P, Q und R.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a, b, and c, the variable symbol x and the predicate symbols P, Q and R.)

$$T = \{P(b) \vee Q(b), \neg Q(a), P(c), R(a), \neg P(a), \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \forall y(R(y) \rightarrow P(y))\}.$$

i. Geben Sie die *generalisierte Closed World Assumption* $\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ von T an, indem Sie folgende Gleichung ergänzen:

(Provide the elements of the *generalised closed world assumption* $\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ of T by supplementing the following equation:)

$$\mathrm{CWA}^{R,Q}(T) = Cn(T \cup \{\rule{8cm}{0.4pt}\}).$$

$P(x)$

$Q(a)$

$R(a)$ ✓

↓

$Cn(T)$ ist inkonsistent: also ist T_{asm} leer da bereits alles aus T folgt.

$R(a) \rightarrow P(a)$

$\underline{R(a)}$

$\neg P(a)$

$\Rightarrow P(a) \in Cn(T)$

$\neg P(a) \in Cn(T)$

$\Rightarrow$ inc.

ii. Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

- $T \cup T_{asm}^{R,Q}$ *ist deduktiv abgeschlossen.* ($T \cup T_{asm}^{R,Q}$ *is deductively closed.*)

  □ richtig (true) ☒ falsch (false)

- $\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ *ist eine endliche Menge.* ($\mathrm{CWA}^{R,Q}(T)$ *is a finite set.*)

  □ richtig (true) ☒ falsch (false)

4 Punkte (points)

b) Welche der folgenden Aussagen treffen zu?
(Which of the following statements hold?)

(i) Für den deduktiven Abschluss einer Theorie $Cn(T)$ gilt: $Cn(T) \not\models P$ impliziert $Cn(T) \models \neg P$.
(For the deductive closure of a theory $Cn(T)$ it holds that $Cn(T) \not\models P$ implies $Cn(T) \models \neg P$.)

□ richtig (true) ☒ falsch (false)

(ii) $Cn(\emptyset) = \emptyset$.

□ richtig (true) ☒ falsch (false)

2 Punkte (points)

c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass jede Default Theorie eine Extension hat.

(Prove or refute whether every default theory has an extension.)

4 Punkte (points)

Gegenbeispiel: $T = \langle \emptyset, \{ \frac{\top : \neg P(a)}{P(a)} \} \rangle$

Kandidat $E_1 = Cn(\emptyset)$ $\Delta^{E_1} = \{\top / P(a)\}$. $\Gamma_T(E_1) = E_2$

$\underline{Cn\{P(a)\} \neq E_1}$.

$E_2 = Cn(\{P(a)\})$ $\Delta^{E_2} = \{\}$ $\underline{\Gamma_T(E_2) = \underbrace{Cn(\emptyset)}_{=E_1} \neq E_2}$

$\Rightarrow$ T hat keine Extension, da keiner der Kandidaten eine ist.

d) Gegeben seien folgende Defaults:
(Consider the following defaults:)

$$\Delta = \left\{ \frac{P(x) : Q(x)}{Q(x)}, \frac{Q(x) : P(x), R(x)}{P(x)}, \frac{\top : \neg P(x), \neg R(x)}{P(x) \wedge Q(x)} \right\}$$

$W_1 = \{Q(a), P(a), P(b), Q(b)\}$, $\quad W_2 = \{\neg P(a), R(a), Q(a)\}$, $\quad W_3 = \{R(a)\}$.
$E_1 = Cn(W_1)$, $\quad E_2 = Cn(W_2)$, $\quad E_3 = Cn(W_3)$.

(1) Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.
(Provide the *classical reducts* Δ^{E_i} of Δ with respect to the sets E_i, for $i = 1, 2, 3$.)

$\Delta^{E_1} = \{ P(a)/Q(a), Q(a)/P(a), P(b)/Q(b), Q(b)/P(b) \}$

$\Delta^{E_2} = \{ P(a)/Q(a) \}$

$\Delta^{E_3} = \{ P(a)/Q(a), Q(a)/P(a) \}$

(2) Kreuzen Sie die korrekten Aussagen an:
(Check the correct statements:)

i. E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.
(E_1 is an extension of the default theory $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$.)
☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.
(E_2 is an extension of the default theory $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$.)
☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iii. E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.
(E_3 is an extension of the default theory $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$.)
☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

Beispiel (Subtask) 3: **16 Punkte (points)**

Answer-Set Programming:

a) Gegeben ist folgendes ASP Core-2 Programm: (Consider the following ASP Core-2 program:)

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{lllll} p(a). \quad p(b). & q(1). \quad q(3). & r(2,5). \quad r(4,7). & s(2,5,3). \\ sm(X,Y,Z) :- p(X), q(Y), Z = \#sum\{A,B : r(A,B) ; D,E : s(D,E,F).\} \end{array} \right\}.$$

i. Bestimmen Sie für welche Grund-Instanzen über $sm(X,Y,Z)$ die Regel mit dem Aggregat feuern wird. Erklären Sie ihre Antwort.
(Determine for which ground instances over $sm(X,Y,Z)$ the rule with the aggregate fires. Explain your solution.)

Sie wird für alle ~~Ro~~ möglichen Belegungen von p(x), q(y) feuern, das sind genau 4: p(a), q(1); p(a), q(3); p(b), q(1); p(a), q(3);

daher für " sm(a,1,Z); sm(a,3,Z); sm(b,1,Z); sm(b,3,Z) wird Z mithilfe des Aggregats bestimmt.

ii. Bestimmen Sie alle Answer Sets von $\mathcal{P}$. (Determine all answer sets of $\mathcal{P}$.)

6 Punkte (points)

Ein answer Set M = {p(a). p(b). q(1). q(3). r(2,5). r(~~2~~4,7). s(2,5,3). sm(a,1,~~8~~ 6). sm(a,3,~~8~~ 6). sm(b,1,~~8~~ 6). sm(b,3,~~8~~ 6).}. Ergibt sich aus Facts + Auswertung des Aggregats auf die 4 Grund-Instanzen.

~~s~~ p(a), q(1) : Z = #sum{(2,5), (4,7), (~~2,5~~,b)}

= ~~8~~ 6

Aggregat gleich für alle Grundinstanzen!

b) Kreuzen sie bei den folgenden Aussagen an, ob sie richtig sind oder nicht.

(Check whether the following propositions are true or not.)

i. Ein Programm ohne Constraints hat genau ein Answer Set.
(A program without constraints has exactly one answer set.)

☐ richtig (true) ☒ falsch (false)

ii. Das Programm $P = \{a \leftarrow ., b \leftarrow \; not\ a.\}$ ist *normal*. non-disjunktiv + kein ¬
(The program $P = \{a \leftarrow ., b \leftarrow \; not\ a.\}$ is *normal*.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iii. Leere Programme (Programme ohne Regeln) haben (ein oder mehr) Answer Sets.
(Empty programs (programs without rules) have (one or more) answer sets.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

iv. Wenn M_1 und M_2 unterschiedliche Answer Sets eines Programms P sind, dann ist weder M_1 eine echte Teilmenge von M_2 noch M_2 eine echte Teilmenge von M_1.
(If M_1 and M_2 are distinct answer sets of a program P_1, then neither M_1 is a proper subset of M_2 nor is M_2 a proper subset of M_1.) ☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

=) Außer ASP Core 2 mit choice rules

c) Gegeben sei das folgende disjunktive Answer-Set Programm:

(Consider the following disjunctive answer-set program:)

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{l} a \vee b \vee c \vee e. \\ d \leftarrow b. \end{array} \right\}.$$

Berechnen Sie die Answer Sets der folgenden Programme:

(Determine the answer sets of the following programs:)

i. $\mathcal{P} \cup \{\leftarrow a, c.\}$

ii. $\mathcal{P} \cup \{\leftarrow b.\}$

4 Punkte (points)

i: Answer sets sind {a}, {b,d}, {c}, {e}.

ii: {a}, {c} {e}.

Die answer sets ergeben sich einfach durch die Subset-Minimalität der Disjunktion sowie der filternden Wirkung der Constraints, die nur bei ii) relevant wird.

Beispiel (Subtask) 4: **16 Punkte (points)**

Probabilistisches Schließen (Probabilistic reasoning):

a) Welche Arten von Zufallsvariablen haben wir in der Vorlesung unterschieden? Geben Sie jeweils ein kurzes Beispiel zur Erläuterung an!

(Which kinds of random variables did we distinguish in the lecture? Illustrate each with a short example!) **(6 Punkte)**

Boolsche: Domain ist {true, false}. z.B.
Cavity Man kann entweder eine cavity haben (cavity=true) oder nicht.

Diskrete: Domain ist ~~ab~~ abzählbare Menge, z.B. Weather mit der Domain {raining, cloudy, sunny}.
Domain Muss mutually exclusive und exhaustive sein.

Continous: Zufallsvariable ~~kann~~ nimmt Werte aus den reelen Zahlen an, Domain = R.
z.B. X = 4,02. Man kann dann auch Vergleiche, z.B. X ≤ 4,02. anführen.

b) Bestimmen Sie die Richtigkeit oder Falschheit folgender Aussagen, für beliebige Boole'sche Zufallsvariablen A und B:

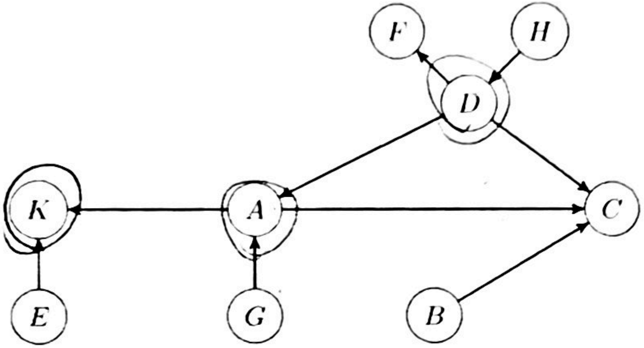
(Determine which of the following relations hold, for any Boolean random variable A and B:)

(i) $P(A \mid B) + P(A \mid \neg B) = 1$.	☐ richtig (true)	☒ falsch (false)
(ii) $P(A \mid B) + P(\neg A \mid B) = 1$.	☒ richtig (true)	☐ falsch (false)
(iii) $P(A \mid B) = P(A \mid B, A)$.	☐ richtig (true)	☒ falsch (false)
(iv) $P(A \mid A) = P(A)$.	☐ richtig (true)	☒ falsch (false)

6 Punkte (points)

$$\frac{P(A)}{P(A)} = 1 = \frac{P(A,B)}{P(A,B)}$$

c) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:
(Consider the following graph of a Bayesian network:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu? (Which of the following properties hold?)

i. E ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz C.
(*E* is conditionally independent of B given evidence C.)

☒ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. G ist bedingt unabhängig von C bei Evidenz A und D.
(G is conditionally independent of C given evidence A and D.)

☒ richtig (true) ☒ falsch (false)

4 Punkte (points)