1. UE-Test für "Algebra und diskrete Mathematik für Informatik und WI" (Gruppe A)

8. November 2021

Vorname: _____

Familienname: _____ Matrikelnummer: _____

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen.
Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe 1: Man zeige durch vollständige Induktion, dass

$$\sum_{n=0}^{N} n(n+2) = \frac{N(N+1)(2N+7)}{6}$$

für alle natürlichen Zahlen N.

(7 Punkte)

Aufgabe 2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Kongruenzen bzw. beweisen Sie die Unlösbarkeit (in $\mathbb{Z}$):

a) $12x \equiv 6 \bmod 17$
b) $6x \equiv 12 \bmod 18$

(6 Punkte)

Aufgabe 3:
a) Seien A, B, C Mengen. Beweisen Sie, dass

$$(A \setminus C) \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$$

b) Man zeige, dass es sich bei dem logischen Ausdruck

$$((\neg A \to B) \wedge (\neg A \to \neg B)) \to A$$

um eine Tautologie handelt.

(7 Punkte)

1. UE-Test für "Algebra und diskrete Mathematik für Informatik und WI" (Gruppe B)

8. November 2021

Vorname: _____

Familienname: _____ Matrikelnummer: _____

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen.
Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe 1: Sei $a_1 = 2, a_2 = 8$ und $a_i = 14a_{i-1} - 20a_{i-2}$, für alle $i \geq 3$. Man zeige durch vollständige Induktion, dass a_n durch 2^n teilbar ist, für alle $n \geq 1$.

(7 Punkte)

Aufgabe 2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Kongruenzen bzw. beweisen Sie die Unlösbarkeit (in $\mathbb{Z}$):

a) $5x \equiv 10 \bmod 15$
b) $10x \equiv 5 \bmod 13$

(6 Punkte)

Aufgabe 3:
a) Seien A, B, C Mengen. Beweisen Sie, dass

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$$

b) Man zeige, dass es sich bei dem logischen Ausdruck

$$((A \vee B) \wedge (A \to C) \wedge (B \to C)) \to C$$

um eine Tautologie handelt.

(7 Punkte)

1. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe C

TU Wien, Zoom, 8.11.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (7 Punkte) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion dass

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Führen Sie dabei alle Elemente eines Induktionsbeweises und ihre Bezeichnungen an.

2) (6 Punkte)

a) Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 98 und 66.

b) Bestimmen Sie $x, y \in \mathbb{Z}$ so dass $66x + 98y = 6$.

3) (7 Punkte) Handelt es sich bei der aussagenlogischen Formel

$$[(A \to B) \wedge (A \vee C) \wedge (B \to \neg A)] \to C$$

um eine Tautologie, um eine Kontradiktion, um eine erfüllbare Formel?

1. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe D

TU Wien, Zoom, 8.11.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (7 Punkte) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion dass

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Führen Sie dabei alle Elemente eines Induktionsbeweises und ihre Bezeichnungen an.

2) (6 Punkte)

a) Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 98 und 66.

b) Bestimmen Sie $x, y \in \mathbb{Z}$ so dass $66x + 98y = 6$.

3) (7 Punkte) Handelt es sich bei der aussagenlogischen Formel

$$[(A \to B) \wedge (A \vee C) \wedge (B \to \neg A)] \to C$$

um eine Tautologie, um eine Kontradiktion, um eine erfüllbare Formel?

1. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe E

TU Wien, Zoom, 8.11.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (7 Punkte) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion dass

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Führen Sie dabei alle Elemente eines Induktionsbeweises und ihre Bezeichnungen an.

2) (6 Punkte) Ermitteln Sie alle komplexen Lösungen der quadratischen Gleichung

$$z^2 - 2z + 2 = 0$$

und geben Sie diese sowohl in kartesischer Form als auch in Polarform an.

3) (7 Punkte) Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Kongruenzen bzw. beweisen Sie deren Unlösbarkeit in $\mathbb{Z}$.

a) $x^2 \equiv 3 \mod 8$

b) $x^2 - 2x + 1 \equiv 0 \mod 5$

1. Übungstest

Algebra und Diskrete Mathematik für Inf und WInf

Gruppe F

TU Wien, Zoom, 8.11.2021 Arbeitszeit: 35 Minuten

---

1) (7 Punkte) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion dass

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Führen Sie dabei alle Elemente eines Induktionsbeweises und ihre Bezeichnungen an.

2) (6 Punkte) Ermitteln Sie alle komplexen Lösungen der quadratischen Gleichung

$$z^2 - 2z + 2 = 0$$

und geben Sie diese sowohl in kartesischer Form als auch in Polarform an.

3) (7 Punkte) Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Kongruenzen bzw. beweisen Sie deren Unlösbarkeit in $\mathbb{Z}$.

a) $x^2 \equiv 3 \mod 8$

b) $x^2 - 2x + 1 \equiv 0 \mod 5$