Gesamt: 30 Punkte

Format war eine E-Learning Prüfung bei der die Angaben gezeigt wurden, die Bewertung basiert auf als PDF, auf TUWEL hocheladenem eingescanntem Test

Es gab einen Aufgabenpool aus dem Beispiele zugeteilt wurden, sie waren aber im allgemeinen sehr ähnlich.

Zuteilung 1

Beispiel 1 (8 Punkte)

Sei h eine differenzierbare Funktion. Berechnen Sie

$$\int \frac{h'(t)}{h(t)^2 - 9} dt$$

Beispiel 2 (7 Punkte)

a) Beweisen Sie, dass

$$\frac{d}{dx}\arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

b) Ein Wanderer kommt auf einer Wanderung durch ein Gebirge, dessen Topographie durch die Funktion

$$f(x,y) = \arctan(xy)y^2$$

beschrieben wird, an einen Punkt, von dem aus man in jede Himmelsrichtung gehen kann. Der Punkt habe die Koordinaten (1,2). Er möchte möglichst schnell an Höhe gewinnen. In welche Richtung muss er gehen und wie steil geht es dort bergauf?

Beispiel 3 (7 Punkte)

a) Was versteht man unter einem metrischen Raum (X,d)?

b) Was versteht man unter einer abgeschlossenen Menge eines metrischen Raums (X,d)?

c) Nennen Sie ein von der Euklidischen Metrik verschiedenes Beispiel einer Metrik auf R^2.

Beispiel 4 (8 Punkte)

Untersuchen Sie, für welche (x,y) aus R^2 die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

stetig ist!

Zuteilung 2

Beispiel 1 (8 Punkte)

Sei F eine differenzierbare Funktion. Berechnen Sie

$$\int \frac{F'(w)}{F(w)^2 - 9F(w) + 18} dw$$

Beispiel 2 (7 Punkte)

a) Beweisen Sie, dass

$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

b) Ein Wanderer kommt auf einer Wanderung durch ein Gebirge, dessen Topographie durch die Funktion

$$f(x,y) = \arctan(xy)x^2$$

beschrieben wird, an einen Punkt, von dem aus man in jede Himmelsrichtung gehen kann. Der Punkt habe die Koordinaten (2,3). Er möchte möglichst schnell an Höhe gewinnen. In welche Richtung muss er gehen und wie steil geht es dort bergauf?

Beispiel 3 (7 Punkte)

a) Wann nennt man eine Abbildung d: $X^2 \to R$ eine Metrik auf X?

b) Sei A Teilmenge des metrischen Raums (X,d). Was versteht man unter einem inneren Punkt von A?

c) Wie ist die Maximumsmetrik auf R^2 definiert?

Beispiel 4 (8 Punkte)

Untersuchen sie auf welche (x,y) aus R^2 die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x^2 + |y|} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

stetig ist!

Zuteilung 3:

Beispiel 1 (8 Punkte)

Sei h eine differenzierbare Funktion. Berechnen Sie

$$\int \frac{h'(f)}{h(t)^3 - 9} dt$$

Beispiel 2 (7 Punkte)

(Achtung, gleiches Beispiel wie Zuteilung 1, Beispiel 2!)

a) Beweisen Sie, dass

$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

b) Ein Wanderer kommt auf einer Wanderung durch ein Gebirge, dessen Topographie durch die Funktion

$$f(x,y) = \arctan(xy)y^2$$

beschrieben wird, an einen Punkt, von dem aus man in jede Himmelsrichtung gehen kann. Der Punkt habe die Koordinaten (1,2). Er möchte möglichst schnell an Höhe gewinnen. In welche Richtung muss er gehen und wie steil geht es dort bergauf?

Beispiel 3 (7 Punkte)

a) Was versteht man unter einem metrischen Raum (X,d)?

b) Was versteht man unter einer offenen Menge eines metrischen Raums (X,d)?

c) Nennen sie ein von der Euklidischen Metrik verschiedenes Beispiel einer Metrik auf R^2.

Beispiel 4 (8 Punkte)

Untersuchen sie auf welche (x,y) aus R^2 die Funktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-1)(y-2)}{(x-1)^2+(y-2)^2} & \text{für } (x,y) \neq (1,2) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (1,2) \end{cases}$$

stetig ist!
