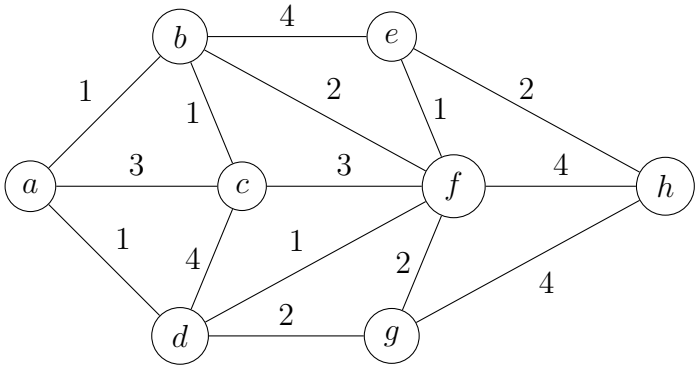
3. Test in ADM UE 2021S (Gruppe 6)

reine Arbeitszeit: 30 Minuten; keine Hilfsmittel erlaubt

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	10	
2	10	
Σ	20	

1. (a) (3 Punkte) Erklären Sie die Funktionsweise des *Dijkstra-Algorithmus*, um einen kürzesten Weg zwischen zwei Knoten eines Netzwerks zu ermitteln.

   (b) (7 Punkte) Bestimmen Sie mit dem Dijkstra-Algorithmus in folgendem Netzwerk einen Entfernungsbaum vom Knoten a aus:



   Um die Funktionsweise des Algorithmus zu illustrieren, stellen Sie die einzelnen Schritte geeignet in einer Tabelle dar.

2. (a) (2 Punkte) Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und $U \subseteq G$. Was bedeutet es, dass U ein *Normalteiler* von G ist?

   (b) Wir betrachten die symmetrische Gruppe $(S_4, \circ)$ und zwei ihrer Elemente:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

   i. (4 Punkte) Geben Sie je eine Zyklendarstellung von π, σ, $\pi \circ \sigma$ und $\sigma \circ \pi$ an.

   ii. (4 Punkte) Bestimmen Sie die von π erzeugte Untergruppe U und geben Sie die Linksnebenklasse $\sigma \circ U$ sowie die Rechtsnebenklasse $U \circ \sigma$ an. Begründen Sie anhand dessen, ob U ein Normalteiler von S_4 ist oder nicht.