Unterschrift (signature):

Studierendenausweis (student id card)

B1	B2	B3	B4	$\sum_{\mathrm{B}i}$	UE	$\sum$	N

Prüfung (Exam)
VU Einführung in wissensbasierte Systeme 2021W, 184.737
14.01.2022

Name:

Matrikelnummer (Student ID):

Kennzahl (Study Code):

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben. *Kein Bleistift*!
(Please give readable answers and use a fountain or ball pen. *No pencil*!)

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! Die minimale Punktezahl pro Multiple-Choice-Block beträgt 0 Punkte.
(Multiple-Choice Questions: Correct answers give positive points, but wrong answers give negative points! You cannot get less than 0 points per multiple-choice block.)

Beispiel (Subtask) 1: **17 Punkte (points)**

Logikbasierte Wissensrepräsentation (Logic-based knowledge representation):

a) Man zeige, dass $W \cup \{\varphi\} \models \psi$ dann und nur dann gilt wenn $W \models \varphi \to \psi$ auch gilt (Deduktionstheorem). Wenn Sie zusätzliche Theoreme aus der Vorlesung verwenden, so müssen Sie diese beweisen.
(Show that $W \cup \{\varphi\} \models \psi$ holds if and only if $W \models \varphi \to \psi$ holds as well (Deduction theorem). If you use additional theorems from the lecture, you have to prove them.) **6 Punkte (points)**

b) (i) Übersetzen Sie folgende Formel in Negationsnormalform (NNF):
(Convert the following formula to negation normal form (NNF):)

$$\forall x \exists y \big(P(x) \leftrightarrow \neg Q(y)\big) \land \neg\big(\exists u (P(u) \lor Q(u))\big)$$

(ii) Gegeben ist die Formel $\varphi : \big(\exists x \exists y \big(P(x,y) \lor Q(y,y)\big)\big) \lor \big(\forall x \exists y (\neg P(x,y) \land \neg Q(x,x))\big)$.
Die NNF der Negation von φ ist folgende Formel:

$$\big(\forall x \forall y \big(\neg P(x,y) \land \neg Q(y,y)\big)\big) \land \big(\exists x \forall y (P(x,y) \lor Q(x,x))\big)$$

Verwenden Sie TC1 um zu zeigen, dass φ gültig ist.
(Given formula $\varphi : \big(\exists x \exists y \big(P(x,y) \lor Q(y,y)\big)\big) \lor \big(\forall x \exists y (\neg P(x,y) \land \neg Q(x,x))\big)$. The NNF of the negation of φ is the following:

$$\big(\forall x \forall y \big(\neg P(x,y) \land \neg Q(y,y)\big)\big) \land \big(\exists x \forall y (P(x,y) \lor Q(x,x))\big)$$

Use TC1 to show that φ is valid.)

5 Punkte (points)

c) Überprüfen Sie, welche Eigenschaften auf die nachfolgend angeführten aussagenlogischen Formeln zutreffen und kreuzen Sie jeweils alle zutreffenden Eigenschaften an:
(Which properties do the following propositional formulas have? Check all correct properties:)

i. $((p \vee q)) \leftrightarrow \neg q$

□ erfüllbar (satisfiable) □ widerlegbar (refutable)
□ Tautologie (tautology) □ Kontradiktion (contradiction)

ii. $(p \to q) \to \neg(p \wedge q)$

□ erfüllbar (satisfiable) □ widerlegbar (refutable)
□ Tautologie (tautology) □ Kontradiktion (contradiction)

2 Punkte (points)

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:
(Check the correct answers:)

(1) Für jede erfüllbare Aussage gibt es ein geschlossenes TC1-Tableau.
(There is a closed TC1-tableau for every satisfiable formula.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

(2) Für eine PL1-Formel φ gilt in einer Interpretation I entweder $I \models \varphi$ oder $I \models \neg\varphi$.
(For a PL1 formula φ it holds that in any interpretation I either $I \models \varphi$ or $I \models \neg\varphi$.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

(3) TC1 terminiert immer.
(TC1 always terminates.) □ richtig (true) □ falsch (false)

(4) $F \cup \{\varphi\} \models \neg\psi$ genau dann, wenn $F \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$.
($F \cup \{\varphi\} \models \neg\psi$ if and only if $F \cup \{\psi\} \models \neg\varphi$.) □ richtig (true) □ falsch (false)

(5) Eine Formel ist genau dann erfüllbar wenn ihre Negation nicht gültig ist.
(A formula is satisfiable if and only if its negation is not valid.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

(6) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \models \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ □ richtig (true) □ falsch (false)

(7) TC1 kann für jede Formel ein Modell erzeugen.
(TC1 can produce a model for any formula.) □ richtig (true) □ falsch (false)

(8) Ist φ unerfüllbar, so ist $\exists x(\varphi \to \psi) \to \forall x(\varphi \to \psi)$ gültig für beliebiges ψ.
(If φ is unsatisfiable, then $\exists x(\varphi \to \psi) \to \forall x(\varphi \to \psi)$ is valid for any ψ.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

4 Punkte (points)

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 2: **16 Punkte (points)**

Nichtmonotones Schließen (Nonmonotonic reasoning):

a) Was versteht man unter dem *Monotonieprinzip*? Geben Sie eine formale Definition an. Zeigen Sie dass Default Logik diese Definition nicht erfüllt.

(What is the *monotonicity principle*? Provide a formal definition. Show that default logic violates this definition.)

3 Punkte (points)

b) Gegeben sei die Default Theorie $T = \langle \emptyset, \Delta \rangle$, wobei Δ wie folgt definiert ist. Weiters ist a ein Konstantensymbol; Q, R, T und P sind Prädikatensymbole:

(Let $T = \langle \emptyset, \Delta \rangle$ be the a default theory, where Δ is defined as follows. Moreover, a is a constant symbol; Q, R, T and P are predicate symbols:)

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\top : \neg Q(a), \neg T(a)}{P(a)}, \dfrac{\top : \neg P(a), \neg T(a)}{Q(a)}, \dfrac{\top : \neg Q(a), \neg P(a)}{T(a)}, \\ \dfrac{P(a) : Q(a)}{R(a)}, \dfrac{Q(a) \wedge T(a) : \top}{R(a)} \end{array} \right\}$$

Zudem gilt

(Furthermore, let)

$$E_1 := Cn(\{Q(a), T(a), R(a)\}), \qquad E_2 := Cn(\{T(a), \neg Q(a)\}), \qquad E_3 := Cn(\{P(a), R(a)\}).$$

(i) Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.
(Provide the *classical reducts* Δ^{E_i} of Δ with respect to the sets E_i, for $i = 1, 2, 3$.

$\Delta^{E_1} =$ ______________________________

$\Delta^{E_2} =$ ______________________________

$\Delta^{E_3} =$ ______________________________

(ii) Markieren Sie die korrekten Aussagen:
(Check the correct statements:)

i. E_1 ist eine Extension der Default Theorie T.
(E_1 is an extension of the default theory T.)
☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

ii. E_2 ist eine Extension der Default Theorie T.
(E_2 is an extension of the default theory T.)
☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

iii. E_3 ist eine Extension der Default Theorie T.
(E_3 is an extension of the default theory T.)
☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

c) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a und b, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P, Q und S.

(Let T be the following knowledge base over a language with the constant symbols a and b, the variable symbol x and the predicate symbols P, Q and S.)

$$T = \{\forall x\big(P(x) \vee Q(x) \leftrightarrow S(x)\big), \forall x\big(S(x) \wedge \neg Q(x) \rightarrow P(x)\big), Q(b), P(a)\}.$$

i. Geben Sie die *generalisierte Closed World Assumption* $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ von T an, indem Sie folgende Gleichung ergänzen:
(Provide the elements of the *generalised closed world assumption* $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ of T by supplementing the following equation:)

$$\mathrm{CWA}^{Q,P}(T) = Cn(T \cup \{\rule{6cm}{0.4pt}\}).$$

ii. Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

- $T \cup T^{Q,P}_{asm}$ ist *deduktiv abgeschlossen*. ($T \cup T^{Q,P}_{asm}$ is *deductively closed*.)
☐ richtig (true) ☐ falsch (false)
- $\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ ist *eine endliche Menge*. ($\mathrm{CWA}^{Q,P}(T)$ is *a finite set*.)
☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

4 Punkte (points)

d) Betrachten Sie die folgende Default Theorie. (Consider the following default theory.)

$$T_2 := \left\langle \emptyset, \left\{ \frac{\top : \neg P_2(a)}{P_1(a)}, \frac{\top : \neg P_1(a)}{P_2(a)} \right\} \right\rangle$$

Für eine Default Theorie T sei $\mathcal{E}(T)$ die Menge aller Extensions von T. Dann gilt für T_2, dass $|\mathcal{E}(T_2)| \geq 2$. Generalisieren Sie T_2, sodass für ein beliebiges $n \geq 2$, $|\mathcal{E}(T_n)| \geq n$ gilt.

(For some default theory T, let $\mathcal{E}(T)$ be the set of all extensions of T. Then for T_2, the statement $|\mathcal{E}(T_2)| \geq 2$ holds. Generalise T_2 such that for any $n \geq 2$, $|\mathcal{E}(T_n)| \geq n$ holds.)

3 Punkte (points)

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 3: **16 Punkte (points)**
Answer-Set Programming:

a) Gegeben ist folgendes Answer-Set Programm: (Consider the following answer-set program:)

$$\mathcal{P} := \left\{ \begin{array}{l} P(X) \vee Q(X) \leftarrow S(X). \\ S(b). \\ P(X) \leftarrow R(X). \\ Q(X) \leftarrow Q(X), not\ P(X). \\ Q(a). \end{array} \right\}.$$

i. Bestimmen Sie die Grundierung $grnd(\mathcal{P})$ von $\mathcal{P}$.
(Determine the grounding $grnd(\mathcal{P})$ of $\mathcal{P}$.)

ii. Bestimmen Sie für $E := \{S(b), P(b), Q(a), R(b), R(a)\}$ das Gelfond-Lifschitz Redukt $\mathcal{P}^E$ von $\mathcal{P}$. Ist E ein Answer Set von $\mathcal{P}$? Begründen Sie Ihre Antwort!
(Given $E := \{S(b), P(b), Q(a), R(b), R(a)\}$, determine the Gelfond-Lifschitz reduct $\mathcal{P}^E$ of $\mathcal{P}$. Is E an answer set of $\mathcal{P}$? Justify your answer!) **6 Punkte (points)**

b) Kreuzen sie bei den folgenden Aussagen an, ob sie richtig sind oder nicht.

(Check whether the following propositions are true or not.)

i. Constraints können beim guess-and-check Paradigma nicht vorkommen.
(Constraints cannot appear in the guess-and-check paradigm.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

ii. Grundierte Literale enthalten Variablen.
(Ground literals contain variables.) □ richtig (true) □ falsch (false)

iii. $M \subseteq HB(P)$ ist ein Answer-Set von P, wenn M ein Answer-Set von $grnd(P)$ ist.
($M \subseteq HB(P)$ an answer set of P if M is an answer set of $grnd(P)$.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

iv. Das Programm $\mathcal{P} = \{a \vee c \leftarrow ., \ b \leftarrow \ not\ a.\}$ ist *normal*.
(The program $\mathcal{P} = \{a \vee c \leftarrow ., \ b \leftarrow \ not\ a.\}$ is *normal*.)
□ richtig (true) □ falsch (false)

v. Die Disjunktion in Logikprogrammen ist minimal.
(The disjunction in logic programs is minial.) □ richtig (true) □ falsch (false)

5 Punkte (points)

c) Gegeben sei das folgende disjunktive Answer-Set Programm:

(Consider the following disjunctive answer-set program:)

$$\mathcal{P} := \{a \vee b \vee c \vee d\}.$$

Berechnen Sie die Answer Sets der folgenden Programme:

(Determine the answer sets of the following programs:)

(i) $AS(\mathcal{P} \cup \{a \vee b.\})$

(ii) $AS(\mathcal{P} \cup \{b \leftarrow not\ b.\})$ **5 Punkte (points)**

Unterschrift (signature):

Beispiel (Subtask) 4: **16 Punkte (points)**
Probabilistisches Schließen (Probabilistic reasoning):

a) Leiten Sie das *Bayes'sche Gesetz* aus der Produktregel her.
(Derive *Bayes' rule* from the product rule.) **6 Punkte (points)**

b) Bestimmen Sie die Richtigkeit oder Falschheit folgender Aussagen, für beliebige Boole'sche Zufallsvariablen A und B:

(Determine which of the following relations hold, for any Boolean random variable A and B:)

(i) $\mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}(A \mid \neg B) = P(A)$. ☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

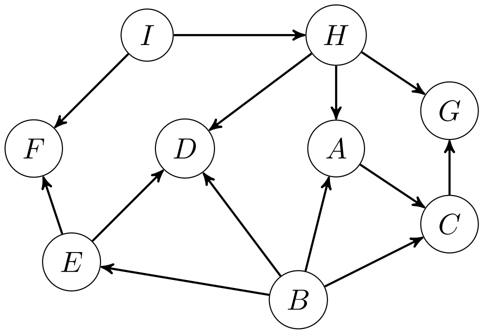
(ii) $\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A,B)}$. ☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

(iii) $\mathrm{P}(A \mid \neg B) + \mathrm{P}(\neg A \mid \neg B) = 1$. ☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

(iv) $\mathrm{P}(A \mid B) \leq 1$. ☐ richtig (true) ☐ falsch (false)

6 Punkte (points)

c) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:
(Consider the following graph of a *Bayes network*:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

(i) E ist bedingt unabhängig von I bei Evidenz F und H.
(E is conditionally independent from I given evidence F and H.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

(ii) D ist bedingt unabhängig von C bei Evidenz A und B.
(D is conditionally independent from C given evidence A and B.)

□ richtig (true) □ falsch (false)

4 Punkte (points)