

1: 4, 1

sierte Wissensrepräsentation:

(25 Punkte)

1. Geben Sie einen Satz der Prädikatenlogik an, der besagt, dass ein Ball der Kategorie *Football* einen Durchmesser von 22 cm hat. Verwenden Sie dazu die folgenden Prädikate: $IsA(x, y)$ bedeutet, dass ein Objekt x der Kategorie y angehört. $Size(x, y)$ bedeutet, dass das Objekt x einen Durchmesser von y cm hat.

(Specify a first-order sentence, which states that a ball in the category *Football* has a diameter of 22 cm. Use the following predicates: $IsA(x, y)$ means that an object x belongs to category y . $Size(x, y)$ means that the object x has a diameter of y cm.)

(2 Punkte)

2. Geben sie einen Satz der Form $\forall x_1 \dots \forall x_n \phi(x_1, \dots, x_n)$ an, der besagt, dass zwei Objekte der selben Kategorie den selben Durchmesser haben. Dabei ist $\phi(x_1, \dots, x_n)$ eine definite Horn-Klausel mit freien Variablen x_1, \dots, x_n . (Eine Horn Klausel ist eine Disjunktion von Literalen - Atomformeln und negierten Atomformeln - von denen exakt eines eine *nicht* negierte Atomformel ist.)

(Specify a sentence of the form $\forall x_1 \dots \forall x_n \phi(x_1, \dots, x_n)$, which states that two objects in the same category have the same diameter. Here $\phi(x_1, \dots, x_n)$ denotes a definite Horn clause with free variables x_1, \dots, x_n . (A horn clause is a disjunction of literals - atoms and negated atoms - from which exactly one is *not* a negated atom.))

(2 Punkte)

3. Betrachten Sie die Wissensbasis bestehend aus dem Satz aus 2. sowie den Sätzen $IsA(Ball_2, Football)$, $IsA(Ball_1, Football)$, $Size(Ball_1, 22)$. Zeigen Sie mittels TC1, dass daraus auch $Size(Ball_2, 22)$ folgt.

(Consider the knowledge base consisting of the sentence from 2., along with the sentences $IsA(Ball_2, Football)$, $IsA(Ball_1, Football)$, $Size(Ball_1, 22)$. Using TC1, show that this knowledge base implies $Size(Ball_2, 22)$.)

(8 Punkte)

$$\begin{array}{c} IsA(Ball, Football) \wedge Size(Ball, 22) \\ \hline \forall x_1 \dots \forall x_n \neg Size(x_1, \dots, x_n, y_1 \dots y_n) \end{array}$$

✓

b) Kreuzen Sie die zutreffende Antwort an:

f t f x

1. Seien α , β und γ aussagenlogische Sätze. Falls $\alpha \models \gamma$ oder $\beta \models \gamma$ gilt, so gilt auch $\alpha \wedge \beta \models \gamma$.

(For any propositional sentences α , β , γ , if at least one of $\alpha \models \gamma$ and $\beta \models \gamma$ holds then $\alpha \wedge \beta \models \gamma$.)

f t f x richtig X falsch □ ✓

2. Seien α , β und γ aussagenlogische Sätze. Falls $\alpha \wedge \beta \models \gamma$ gilt, so gilt $\alpha \models \gamma$ oder $\beta \models \gamma$ odes es gelten beide.

(For any propositional sentences α , β , γ , if $\alpha \wedge \beta \models \gamma$ holds, then at least one of $\alpha \models \gamma$ or $\beta \models \gamma$ holds.)

t \rightarrow f richtig X falsch □ ✓

3. Aus $\neg A \vee \neg B \vee C$ folgt $\neg A \vee \neg B$.

(The clause $\neg A \vee \neg B \vee C$ entails the clause $\neg A \vee \neg B$.)

richtig □ falsch X ✓

4. Eine aussagenlogische Klausel ist genau dann gültig, wenn sie die Literale A und $\neg A$ für eine aussagenlogische Variable A enthält.

(For a propositional clause to be valid, it must contain literals A and $\neg A$ for some propositional variable A .)

richtig □ falsch X ✓

(6 Punkte)

c) Ist die folgende Aussage korrekt? Wenn ja, begründen Sie Ihre Antwort; wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Seien α und β beliebige aussagenlogische Sätze in *konjunktiver Normalform*, die dieselben n aussagenlogischen Variablen enthalten. Dann gilt entweder $\alpha \models \beta$ oder $\alpha \models \neg \beta$.

(4 Punkte) 4

Was verändert sich, wenn alle Klausen von α einzelne Literale sind (A oder $\neg A$)?

(3 Punkte)

(Is the following statement correct? If yes, give reasons for your answer; if no, specify a counter-example.)

Let α and β be any propositional *conjunctive normal form* sentences, each containing the same n proposition symbols. Then either $\alpha \models \beta$ or $\alpha \models \neg \beta$.

Is the result different if α has only clauses which are literals (A or $\neg A$?).)

(7 Punkte)

$\text{Mod}(\alpha) \subseteq \text{Mod}(\beta)$ oder $\text{Mod}(\alpha) \subseteq \text{Mod}(\neg \beta)$

$\alpha \wedge b \wedge c \dots \vdash a \wedge \neg b \wedge \neg c$

Beweis Es gilt nach
 $(a \wedge b \wedge c) \models (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$

$I(a) = f \quad I(b) = t \quad I(c) = t$

$\text{Mod}(\alpha) \not\subseteq \text{Mod}(\beta)$ ✓

$\text{Mod}(\beta) \not\subseteq \text{Mod}(\alpha)$

Diese Aussage ist falsch
Es verändert sich nichts Diese Aussage ist falsch

Beispiel 2:

Nichtmonotonen Schließen:

- a) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a , b und c , dem VariablenSymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P und Q :

(Consider the following knowledge base over a language containing only the object constants a , b , and c , the variable x , and the predicate symbols P and Q :

$$T = \{\exists x Q(x), P(a), \neg Q(b), \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))\}.$$

1. Geben Sie die Elemente der *Closed-World Assumption* CWA(T) von T an, indem Sie folgende Gleichungen ergänzen:

(Give the elements of the *closed-world assumption* CWA(T) of T , by completing the following equations:)

$$\begin{aligned} T_{asm} &= \{ \cancel{P(a)}, \cancel{\neg Q(b)}, \cancel{Q(a \vee Q(b))}, \cancel{P(a) \rightarrow Q(a)}, \cancel{P(b) \rightarrow Q(b)} \} \\ CWA(T) &= \{ \psi \mid \psi \in T_{asm} \cup (\cancel{\neg P(b)}, \cancel{\neg Q(b)}) \} \end{aligned}$$

(4 Punkte)

2. Welche der folgenden Eigenschaften treffen für obige Theorie T zu?

(Which of the following properties hold for the above theory T ?)

- T_{asm} ist vollständig. (T_{asm} is complete.)
- CWA(T) ist konsistent. (CWA(T) is consistent.)
- T ist deduktiv abgeschlossen. (T is deductively closed.)

richtig falsch
 richtig falsch
 richtig falsch

(3 Punkte)

- b) Was versteht man unter Nichtmonotonie? Ist die *Default-Logik* eine nichtmonotone Inferenzrelation? Belegen Sie Ihre Antwort mit einem Beispiel.

(What is a nonmonotonic inference relation? Does *default logic* satisfy this condition? Justify your answer with a corresponding example.)

(3 Punkte)

anle; für eine Formel $\psi \not\models F$ dann $\psi \cup B \models F$.
 nonotone! Wenn es nicht gilt
 ⚡ es ist eine nicht monotone Inferenzrelati
 WT

- c) Geben Sie die Definition des *klassischen Redukts* Δ_E einer Menge Δ von geschlossenen Defaults bezüglich einer Menge E von geschlossenen Formeln an.

(Give the definition of the *classical reduct* Δ_E of a set Δ of closed defaults relative to a set E of closed formulas.)

(3 Punkte)

$\Delta_E = \{ \varphi / \psi \mid \varphi : \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n / \psi \in \Delta \wedge E \cap \text{EN}(\psi_1, \dots, \psi_n) =$

2.7

- d) Gegeben seien folgende Mengen (p, q, r und s sind aussagenlogische Konstanten):
 (The following sets are given (p, q, r and s are propositional constants):)

$$\Delta = \left\{ \frac{r : \neg s}{\neg p}, \frac{s, q : \neg r}{r}, \frac{\neg r : q, s}{\neg s}, \frac{\neg s}{p} \right\}$$

$$W_1 = \{r\}, \quad W_2 = \{r, \neg p\}, \quad W_3 = \{s, q\}. \\ E_1 = Cn(W_1 \cup \{\neg q, p\}), \quad E_2 = Cn(W_2), \quad E_3 = Cn(W_3 \cup \{\neg r, p\}).$$

- Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ_{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.

(Specify the *classical reducts* Δ_{E_i} of Δ w. r. t. the sets E_i with $i = 1, 2, 3$.)

$$\begin{aligned}\Delta_{E_1} &= \{ \cancel{r/\neg p}, \cancel{\neg p} \} \\ \Delta_{E_2} &= \{ \cancel{r/\neg p}, \cancel{\neg r/s}, \cancel{\neg s/p} \} \\ \Delta_{E_3} &= \{ \cancel{s/q/r}, \cancel{\neg r/s} \}\end{aligned}$$

6

(6 Punkte)

- Markieren Sie die korrekten Aussagen:

(Check the correct propositions:)

- E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = (W_1, \Delta)$.
 $(E_1$ is an extension of the default theory $T_1 = (W_1, \Delta)$.) richtig falsch
- E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = (W_2, \Delta)$.
 $(E_2$ is an extension of the default theory $T_2 = (W_2, \Delta)$.) richtig falsch
- E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = (W_3, \Delta)$.
 $(E_3$ is an extension of the default theory $T_3 = (W_3, \Delta)$.) richtig falsch

(6 Punkte)

6

$$E_0 = \{ \cancel{\neg p}, p \} \cup \emptyset$$

F

$$E_0 = \{ \cancel{\neg p}, p \} \cup \emptyset$$

$$E = \{ \cancel{\neg}, r, s \} \cup \emptyset$$

(25 Punkte) 8

Beispiel 3:

Answer Set Programming (ASP):

- a) Sei M eine Interpretation und P ein grundiertes Programm.
 (Let M be an interpretation and P a ground program.)

1. Definieren Sie den Begriff des Reduktes P^M .
 (Define the reduct P^M .)

$$P^M = \{a_1, \dots, a_m \mid \neg b_1, \dots, \neg b_k \} \cup \{a_1, \dots, a_m \mid \neg b_1, \dots, \neg b_k, \text{not } b_{k+1}, \dots, b_n\} \cap M = \emptyset$$

2. Wann ist M ein Answer Set von P ?
 (When is M an answer set of P ?)

Wenn $\not\models^M$ ein minimales Modell von
 P^M ist

(8 Punkte) 8

- b) In welcher Weise kann ein grundiertes, normales Programm P als Default Theorie T übersetzt werden, sodass die Answer Sets von P zu den Extensionen von T korrespondieren?

(In which way can a ground, normal program P be translated into a default theory T such that the answer sets of P correspond to the extensions of T ?) (6 Punkte)

- c) Betrachten Sie folgendes Programm (a, b, c sind Grundatome):
(Consider the following program (a, b, c are ground atoms):)

$$P = \{\neg a \vee \neg b \succ, \\ a \vee b \succ \text{not } c\}$$

Geben Sie eine Menge Q von Constraints an, sodass $P \cup Q$ zwei Answer Sets, $\{\neg c, a\}$ und $\{\neg c, b\}$ besitzt.
(Determine a set Q of constraints such that $P \cup Q$ has only $\{\neg c, a\}$ and $\{\neg c, b\}$ as its answer sets.) (6 Punkte)

$$\{ \neg c, \neg b \} \quad \{ a, b \}$$

~~$$P \cup Q$$~~
~~$$Q = \{ \neg b \}$$~~

- d) Welche der folgenden Aussagen treffen zu:
(Which of the following propositions hold?)

- (i) Es gibt ein disjunktives logisches Programm P sodass P Answer Sets X_1, X_2 besitzt welche die Bedingung $X_1 \subset X_2$ erfüllen, d.h. sodass X_1 eine *echte* Teilmenge von X_2 ist.

(There is a disjunctive logic program P having answer sets X_1, X_2 such that $X_1 \subset X_2$, i.e., such that X_1 is a *strict* subset of X_2 .)

richtig falsch

- (ii) Es gibt ein normales logisches Programm welches ein inkonsistentes Answer Set besitzt.

(There is a normal logic program having an inconsistent answer set.)

richtig falsch

(5 Punkte)

Beispiel 4:
Probabilistisches Schließen: (Uncertainty:)

(25 Punkte) 11

- a) In der allgemeinen Bevölkerung haben 5 von 100.000 Leuten MLC . Ein Test ergibt bei erkrankten Leuten in 999 von 1000 Fällen $true$. Bei gesunden Menschen meldet er fälschlicherweise auch bei 1 von 1000 Fällen $true$.

Berechne $P(MLC|test = \text{true})$.
(5 out of 100.000 people have MLC . A test detects the disease in 999 out of 1000 runs. Unfortunately it turns out true in 1 out of 1000 runs on healthy people as well.
Calculate $P(MLC|test = \text{true})$.)

(5 Punkte) ✓

$$P(\cancel{MLC} | \cancel{\text{test} = \text{true}}) = \frac{P(MLC)}{P(\cancel{\text{test} = \text{true}} | MLC)}$$

~~gg. gg. gg.~~

~~gg. gg. gg.~~

~~100000~~

~~999~~

~~1000~~

$$\frac{5}{100000} = 0,0005\%$$

~~999~~

~~1000~~

~~99.9%~~

- b) Entscheiden Sie, welche der folgenden Relationen für beliebige Boole'sche Zufallsvariablen A und B gelten:
(Decide, which of the following relations hold for each Boolean random variable A and B :

1. $P(a, b) + P(a, \neg b) = P(b)$
2. $P(a | b) + P(a | \neg b) = 1$
3. $P(a | b) + P(\neg a | b) = 1$

richtig falsch
richtig falsch
richtig falsch

(6 Punkte)

- c) Was ist ein Bayes'sches Netz (Grundidee, Komponenten, Berechnung der Wahrscheinlichkeiten)? Welche Unabhängigkeitsannahmen gelten in einem Bayes'schen Netz?

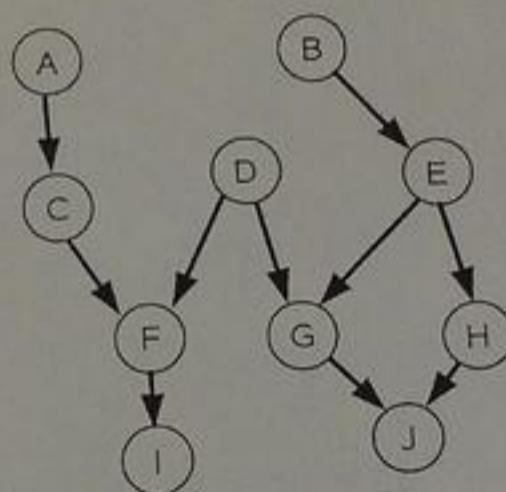
(What is a Bayesian network (basic idea, components, computation of probabilities)? What independency relations underly the construction of a Bayesian network?)

Bayesian Network gives information about the independence of object over JBC.

(6 Punkte)

- d) Gegeben ist folgender Graph eines Bayes'schen Netzes:

(Consider the following graph of a Bayesian network:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu:

(Which of the following properties hold:)

1. F ist bedingt unabhängig von G bei Evidenz D .
(F is conditionally independent of G by given evidence D .) richtig falsch
2. D ist bedingt unabhängig von E bei Evidenz F, G und H .
(D is conditionally independent of E by given evidence F, G , and H .) richtig falsch
3. I ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz J .
(I is conditionally independent of B by given evidence J .) richtig falsch
4. C ist bedingt unabhängig von D bei Evidenz A .
(C is conditionally independent of D by given evidence A .) richtig falsch

(8 Punkte)

- 1) F P G P
- 2) D G E F G H
- 3) D G J H E B
 I F D G E
- 4) C F D A