

Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik

Blatt 5

22. – 23. Man untersuche, wo die Funktion $f(x)$ differenzierbar ist und bestimme dort ihre Ableitung $f'(x)$.

22. $f(x) = \arctan\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right)$

23. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$

Ist diese Funktion stetig differenzierbar?

24. Man berechne die Ableitungen von $\arcsin(x)$ und $\arccos(x)$ mit Hilfe der Regel für die Ableitung der Umkehrfunktion.

25. Man berechne die ersten 4 Ableitungen der Funktion $f(x) = (x + 1)/(x - 1)$. Können Sie allgemein einen Ausdruck für die n -te Ableitung angeben?

26. Man beweise die Leibniz'sche Produktregel

$$(f(x)g(x))^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x)g^{(n-k)}(x) \quad \text{für } n \geq 1$$

mit vollständiger Induktion und bestimme damit $f^{(8)}(x)$ für $f(x) = x^2e^{-2x}$.

27. Man zeige mittels Differenzieren, dass

$$\arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\right) + \frac{1}{2}\arcsin x = \frac{\pi}{4} \quad \text{für } |x| < 1.$$