WICHTIGE FORMELN AUS DER KOMBINATORIK

Wir betrachten verschiedene Möglichkeiten, 2 Buchstaben aus einem 5-elementigen Alphabet $\{a, b, c, d, e\}$ auszuwählen. Allgemein: k Buchstaben aus einen n-elementigen Alphabet.

Variationen

Verschieden geordnete Objekte gelten als verschieden, alle möglichen Anordnungen werden extra gezählt.

Variationen mit Wiederholung = k-Tupel:

Es gibt $25 = 5^2$ Worte der Länge 2:

aa	ba	ca	da	ea
ab	bb	cb	db	eb
ac	bc	cc	dc	ec
ad	bd	cd	dd	ed
ae	be	ce	de	ee

Allgemein: n^k Strings der Länge k, wenn n mögliche Buchstaben erlaubt.

Variationen ohne Wiederholung:

Es gibt $20 = 5 \cdot 4 = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = \frac{5!}{3!}$ Worte mit 2 *verschiedenen* Buchstaben:

	ba	ca	da	ea
ab		cb	db	eb
ac	bc		dc	ec
ad	bd	cd		ed
ae	be	ce	de	

Allgemein: $n\cdot(n-1)\cdot\cdots\cdot(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$ Möglichkeiten, einen String mit k verschiedenen Buchstaben aus einem Alphabet mit n Buchstaben zu bilden.
Spezialfall **Permutation**: $n = k$: es gibt $\frac{n!}{(n-n)!} = n!$ viele Strings mit n verschiedenen Buchstaben.

Kombinationen

Verschieden geordnete Objekte gelten als gleich, trotz verschiedener möglicher Anordnungen wird jedes Objekt nur ein Mal gezählt.

Kombinationen mit Wiederholung = Multisets.

Es gibt $\binom{5+2-1}{2} = \binom{6}{2} = \frac{6\cdot5}{2\cdot1} = 15$ viele 2-elementige Multimengen, die Teilmenge von $\{a, b, c, d, e\}$ sind:

a, a				
a, b	b, b			
a, c	b, c	c, c		
a, d	b, d	c, d	d, d	
a, e	b, e	c, e	d, e	e, e

Anmerkung 1. Die Multimenge $\{a, a\}$ hat 2 Elemente, nämlich 2 Mal das Element a.

Anmerkung 2. Statt Multimengen kann man auch *geordnete* Strings (mit Wiederholung) verwenden.

Allgemein: eine Menge mit n Elementen hat $\binom{n+k-1}{k}$ viele verschiedene k-elementige Teil-multimengen.

Kombinationen ohne Wiederholung = Mengen.

Es gibt $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\cdot3!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1} = \frac{5\cdot4}{2\cdot1} = 10$ viele 2-elementige Teilmengen von $\{a, b, c, d, e\}$:

a, b			
a, c	b, c		
a, d	b, d	c, d	
a, e	b, e	c, e	d, e

Anmerkung 1. Die Menge $\{a, b\}$ ist **dieselbe** Menge wie $\{b, a\}$. Die Menge $\{a, a\}$ enthält nur 1 Element.

Anmerkung 2. Statt Mengen kann man auch *geordnete* Strings (ohne Wiederholung) verwenden.

Allgemein: eine Menge mit n Elementen hat $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdots(n-k+1)}{1\cdots k}$ viele verschiedene k-elementige Teilmengen.

Zusammengestellt von: `Martin.Goldstern@tuwien.ac.at`, 2002-04-11.