Theoretische Informatik und Logik
Übungsblatt 3 (SS 2014)

Aufgabe 3.1 Drücken Sie folgende Prädikate jeweils als Boolsche Ausdrücke aus oder argumentieren Sie warum das nicht möglich ist. Die Ausdrücke sollen nur die Variablensymbole $\underline{\mathtt{x}}$, $\underline{\mathtt{y}}$, bzw. $\underline{\mathtt{z}}$ enthalten. Verwenden Sie die **offizielle Syntax** für $\mathcal{BA}(\mathcal{D})$, d.h. **keine** der zusätzlichen Notationsvereinbarungen, die auf den Vorlesungsfolien erwähnt werden.

a) Über $\mathcal{D} = \mathsf{FamX}$: x ist ein Neffe von y.

b) Über $\mathcal{D} = \mathsf{FamX}$: x ist ein Vater oder eine Mutter.

c) Über $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$: $x = |y - z|$.

d) Über $\mathcal{D} = \mathbb{N}$: $x = |y - z|$. (Wenn möglich: kompakter als über $\mathbb{Z}$.)

e) Über $\mathcal{D} = \mathbb{N}$: x teilt y (ganzzahlig).

f) Über $\mathcal{D} = \mathbb{S}$: Stack x hat Tiefe 2 oder 3 (enthält also 2 oder 3 Binärzeichen).

Aufgabe 3.2 Gegeben sei folgende Grammatik G für eine Teilmenge $\mathcal{A}$ arithmetischer Ausdrücke:

$$G = \langle \{S, K\}, \{\underline{\mathtt{0}}, \underline{\mathtt{1}}, \underline{\mathtt{2}}, \underline{+}, \underline{-}, \underline{(}, \underline{)}\}, \{S \to K|\underline{(}S\underline{+}S\underline{)}|\underline{-}S, K \to \underline{\mathtt{0}}|\underline{\mathtt{1}}|\underline{\mathtt{2}}\}, S\rangle$$

a) Geben Sie eine induktive Definition der von G erzeugten Sprache $\mathcal{A} = \mathcal{L}(G)$ an.

b) Geben Sie eine Interpretationsfunktion $\mathcal{M}$ für $\mathcal{A}$ an, die der intendierten Bedeutung entspricht. Berechnen Sie damit schrittweise den Wert des Ausdrucks $\underline{(}\underline{(}\underline{\mathtt{1}}\underline{+}\underline{\mathtt{0}}\underline{)}\underline{+}\,\underline{-}\underline{(}\underline{\mathtt{2}}\underline{+}\underline{-}\underline{\mathtt{2}}\underline{)}\underline{)}$.

c) Warum ist es sinnvoll zur Gewinnung der Definition von $\mathcal{M}$ die Grammatik zunächst in eine induktive Definition von $\mathcal{A}$ umzuformulieren?

Aufgabe 3.3 Erweitern Sie die Programmiersprache $AL(\mathcal{D})$ um eine repeat-until-Schleife.
Genauer: Spezifizieren Sie in Ergänzung der Definition von $AL(\mathcal{D})$ eine Bedingung (AL5) zur Festlegung der Syntax und in Ergänzung von $\mathcal{M}_{AL}$ eine entsprechende Bedingung (MAL5) zur Festlegung der Semantik der üblichen repeat-until-Schleifenkonstruktion.

Aufgabe 3.4 Analysieren Sie folgende Sätze:

(A1) Falls es morgen regnet oder schneit, wird Lara nicht kommen oder sie wird trotzdem kommen, aber verärgert sein.

(A2) Lara wird morgen verärgert sein, wenn weder Tanja noch Gernot Chris einladen.

(A3) Weder Tanja noch Gernot werden bei Regen oder Schneefall Chris einladen.

(A4) Wenn Lara morgen nicht kommt, dann regnet es oder Gernot hat Chris nicht eingeladen.

a) Formulieren Sie Aussagen, die den aussagenlogisch relevanten atomaren Satzteilen dieser Sätze entsprechen und ordnen Sie diesen aussagenlogischen Variable A, B, ... zu.

b) Übersetzen Sie die vier Sätze entsprechend den Zuordnungen aus (a) in aussagenlogische Formeln F_1, F_2, F_3, F_4.

c) Geben Sie ein Gegenbeispiel zur Behauptung an, dass F_4 aus F_1, F_2 und F_3 logisch folgt.

Aufgabe 3.5 Beweisen Sie Folgendes für die Theorie der Totalordnungen (Folie 417):
Das Axiom der Antisymmetrie ist unabhängig von der Menge der anderen drei Axiome (Transitivität, Reflexivität, Totalität).