4. Berechnen Sie unter Verwendung der Rechenregeln für Delta-Impulse:

   (a) $f_a = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-t}\,\delta(t)\,dt$

   (b) $f_b = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-t}\,\delta(t-\tau)\,dt$

   (c) $f_c = \int_{-\infty}^{+\infty} (t^2-2)\,\delta(3t)\,dt$

5. Berechnen Sie die Derivierte zu $f(t) = \sigma(-t)$.

6. Berechnen Sie die Derivierte zu $f(t) = \sigma(at)$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

   Anleitung: Substitution $\tau = at$.

   Lösung: $\dot{f}(t) = \frac{a}{|a|} \cdot \delta(t) = \mathrm{sign}(a) \cdot \delta(t)$.

7. Gegeben sind die Funktionen $f(t) = t\,\sigma(t)$ und $g(t) = \sigma(t) - \sigma(t-4)$. Berechnen Sie $y(t) = f(t) * g(t)$ durch direkte Auswertung des Faltungsintegrals

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\,g(t-\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)\,f(t-\tau)\,d\tau = \int_0^4 f(t-\tau)\,d\tau \ .$$

8. Am Eingang eines RC-Gliedes (vgl. Skriptum, Seite 50, Abb. 21) wird zur Zeit $t = 0$ eine konstante Gleichspannung von 1 Volt angelegt, d.h. $x(t) = \sigma(t)$. Zum Einschaltzeitpunkt sei die Kapazität C entladen, d.h. energiefrei.

   (a) Berechnen Sie den Spannungsverlauf $y(t)$ an der Kapazität C nach dem Einschalten. Benutzen Sie dazu das Faltungsintegral der Ein-Ausgangsgleichung für LTI-Systeme mit der Impulsantwort

$$h(t) = \frac{1}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/RC}\,\sigma(t) \ .$$

   (b) Mit welcher charakteristischen Systemgröße kann der berechnete Spannungsverlauf identifiziert werden?