



Nächste Seite: [Hypothesentest](#) Aufwärts: [Standardabweichung und Varianz](#) Vorherige Seite: [Standardabweichung und Varianz](#) [Inhalt](#) [Index](#)

Konfidenzintervall

Als Basis zur Schätzung eines Konfidenzintervalls für die Varianz σ^2 dient die Verteilung des Schätzers

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2 .$$

Wir nehmen wieder an, daß die Stichprobe aus einer normalverteilten Größe $N(\mu, \sigma^2)$ erzeugt wurde. Die modifizierte Zufallsvariable

$$Y = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = (n-1)S^2/\sigma^2$$

besitzt dann eine χ^2_{n-1} -Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden. Diese χ^2 -Verteilung ist nicht symmetrisch, sodaß wir 2 Quantile auswählen müssen, etwa $\chi^2_{n-1; \frac{\alpha}{2}}$ und $\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}$ für festes α . Dann gilt

$$P(\chi^2_{n-1; \frac{\alpha}{2}} \leq (n-1)S^2/\sigma^2 \leq \chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha .$$

Die Ungleichungen werden wie für das Konfidenzintervall für μ umgeformt, sodaß die Formel

$$P((n-1)S^2/\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \leq \sigma^2 \leq (n-1)S^2/\chi^2_{n-1; \frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$$

ein Konfidenzintervall

$$((n-1)S^2/\chi^2_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}, (n-1)S^2/\chi^2_{n-1; \frac{\alpha}{2}})$$

für σ^2 liefert. Man bemerkt, daß μ nicht bekannt sein muß.

Beispiel 5.19: Es seien die Daten wie im Beispiel auf Seite . gegeben ($n = 16$, $s = 2.80$) und ein 95%-Konfidenzintervall wird gesucht ($\alpha = .05$). Aus Tabelle [A.3](#) des Anhangs erhalten wir die Quantile

$$\chi^2_{15; .975} = 27.49, \quad \chi^2_{15; .025} = 6.26 ,$$

woraus das Konfidenzintervall sofort folgt:

$$\left| \quad (15 * 2.80^2 / 27.49, 15 * 2.80^2 / 6.26) = (4.28, 18.8) \quad \right|$$

Konfidenzintervalle für σ können aus dem obigen sofort durch Wurzelziehen der Grenzen gefunden werden.

--	--	--	--	--

Nächste Seite: [Hypothesentest](#) **Aufwärts:** [Standardabweichung und Varianz](#) **Vorherige Seite:** [Standardabweichung und Varianz](#) [Inhalt](#) [Index](#)

Rudolf Dutter 2003-09-09