

10. Übung Wahrscheinlichkeit und stochastische Prozesse

1. (X_1, \dots, X_n) sei eine Stichprobe aus einer Exponentialverteilung mit der Dichte $\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}$ ($x > 0$).

Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood Schätzer und zeigen Sie, dass er effizient ist.

2. X_1, \dots, X_n ist eine Stichprobe einer Verteilung mit der Dichte

$$f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1} [0 \leq x \leq 1].$$

Bestimmen Sie den Momentenschätzer.

3. Fortsetzung: Bestimmen Sie den Maximum Likelihood Schätzer.
4. Bestimmen Sie den Maximum Likelihood Schätzer für den Parameter λ einer Poissonverteilung und zeigen Sie, dass er effizient ist.
5. Bestimmen Sie die ML-Schätzer für die Parameter μ und σ^2 einer Normalverteilung.
6. Bestimmen Sie den ML-Schätzer für den Parameter λ einer Exponentialverteilung mit der Dichte

$$\lambda e^{-\lambda x} [x \geq 0].$$

Bestimmen Sie seinen Erwartungswert und modifizieren Sie ihn so, dass er erwartungstreu wird.

7. Bestimmen Sie den ML-Schätzer für den Parameter θ einer Normalverteilung mit $\mu = \sigma^2 = \theta$.