

# Runde 1, Beispiel 2

LVA 118.181, Übungsrunde 1, 20.10.

Markus Nemetz, [markus.nemetz@tuwien.ac.at](mailto:markus.nemetz@tuwien.ac.at), TU Wien, 18.10.2006, 06.12.

## 1 Angabe

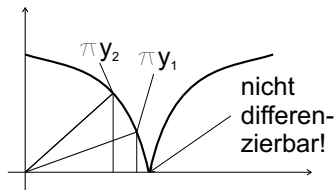
Man zeige, dass die Funktion  $f(x, y) = 5|\cos(\pi y)| + x^2$  in  $G = \mathbb{R}^2$  einer  $L$ -Bedingung (bezüglich  $y$ ) genügt, und gebe eine  $L$ -Konstante an.

## 2 Lösung des Beispiels

### 2.1 Erster Lösungsversuch

$$\begin{aligned} |(5 \cdot |\cos(\pi \cdot y_1)| + x^2) - (5 \cdot |\cos(\pi \cdot y_2)| + x^2)| = \\ 5 \cdot \underbrace{(|\cos(\pi \cdot y_1)| - |\cos(\pi \cdot y_2)|)}_{\in [0,1]} \leq L \cdot |y_1 - y_2| \end{aligned}$$

1.  $|y_1 - y_2| > 1$
2.  $|y_1 - y_2| = 0$
3.  $|\cos(\pi \cdot y_1)| - |\cos(\pi \cdot y_2)| \leq C \cdot |y_1 - y_2|$



## 2.2 Eigentliche Lösung

Folgerung: Dreiecksungleichung

$$\begin{aligned}||y_1| - |y_2|| &\leq |y_1 - y_2| \\|x + y| &\leq |x| + |y|, \quad |y_1| = |y_1 - y_2 + y_2| \leq |y_1 - y_2| + |y_2| \\|y_1| - |y_2| &\leq |y_1 - y_2| \\||y_1| - |y_2|| &\leq |y_1 - y_2|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&5 \cdot ||\cos(\pi \cdot y_1)| - |\cos(\pi \cdot y_2)|| (\leq L|y_1 - y_2|) \\&\leq 5 \cdot |\cos(\pi \cdot y_1) - \cos(\pi \cdot y_2)| = \underbrace{\frac{5 \cdot |\cos(\pi \cdot y_1) - \cos(\pi \cdot y_2)|}{|y_1 - y_2|}}_{\text{Mittelwertsatz}} \cdot |y_1 - y_2| \\&f'(\cos(\pi y)) = -\sin(\pi y) \Rightarrow |f'| \leq \pi \\&\Rightarrow \leq \mathbf{5\pi|y_1 - y_2|}\end{aligned}$$

$L$  ist somit  $5\pi$ .