B1	B2	B3	B4	$\sum_{Bi}$	UE	$\sum$	N
2	3	2	[illegible]	20,5			[illegible]

Prüfung VU Einführung in wissensbasierte Systeme 2014W, 184.737
27.03.2015

Angabe in Deutsch

823

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben (*kein Bleistift*)!
Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! (Punkteabzug)

Beispiel 1: **(12.5 Punkte)**
Logikbasierte Wissensrepräsentation:

a) Es seien A, B, C Formeln. Zeigen Sie, dass aus $A \models C$ und $B \models C$ immer $A \vee B \models C$ folgt. Verwenden Sie keine Theoreme aus der Vorlesung, es sei denn Sie beweisen diese.

(2 Punkte)

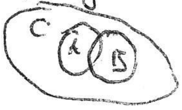
$A \models C$ bedeutet es gibt ein modell von A, dass auch modell von C ist. es gilt $mod(A) \subseteq mod(C)$

$B \models C$ bedeutet es gibt ein modell von B, dass auch modell von C ist. es gilt $mod(B) \subseteq mod(C)$

why?

Wenn gilt $A \models C$ und $B \models C$, dann haben beide Formeln A, B Modelle welche C auch hat. es gilt die Beziehung $mod(A) \cap mod(B) \subseteq mod(C)$

deswegen da $A \vee B$ bedeutet, dass nicht nodwendiger weise beide gelten müssen, ~~da aber $A \models C$ u. $B \models C$ gilt~~

Venn Diagramm  $\Rightarrow A \vee B \models C$

0

1,5

b) Sei T eine Theorie und φ, ψ Formeln, wobei φ geschlossen ist. Zeigen Sie, dass wenn $T \models \varphi \rightarrow \exists x\, \psi$ dann auch $T \models \exists x\, (\varphi \rightarrow \psi)$. Gehen Sie am besten indirekt vor.

(3 Punkte)

0

~~$A = a$ $B = b$~~
~~$C = a \vee b$~~
~~Da ist I_a mit $a \mapsto 1, b \mapsto 0$~~
~~ein Modell f. A und C, I_b mit $a \mapsto 0, b \mapsto 1$~~

c) Zeigen Sie, dass TC1 *inkorrekt* wird (also dass nicht nur unerfüllbare Formeln ein geschlossenes Tableaux haben), wenn wir in der Regel

$$\frac{\exists x\, \varphi}{\varphi\{x \leftarrow a\}}$$

nicht fordern, dass a ein neues Konstantensymbol ist. *Hinweis:* Finden Sie eine erfüllbare Formel, die in TC1 mit dieser Regel ein geschlossenes Tableau hat.

(2 Punkte)

0

d) Sei $\varphi(x)$ eine quantorenfreie Formel einer Sprache $\mathcal{L}$, die mindestens ein Konstantensymbol enthält. Der *Herbrand'sche Satz* besagt, dass wenn $\models \exists x\, \varphi(x)$, dann gibt es Grundterme $t_1, \ldots, t_n$, sodass $\models \varphi(t_1) \vee \cdots \vee \varphi(t_n)$. Zeigen Sie, dass aus dem Herbrand'schen Satz unmittelbar folgt:

Satz. Sei $\varphi(x)$ eine quantorenfreie Formel in $\mathcal{L}$. Wenn $\forall x\, \varphi(x)$ unerfüllbar ist, dann gibt es Grundterme $t_1, \ldots, t_n$ sodass $\varphi(t_1) \wedge \cdots \wedge \varphi(t_n)$ unerfüllbar ist.

(3.5 Punkte)

0

e) Geben Sie eine erfüllbare Formel der Prädikatenlogik an, deren Modelle (d.h. die Universen der Modelle) alle mindestens Kardinalität 2 haben. Begründen Sie Ihre Antwort.

(2 Punkte)

0.5

~~$\forall x \forall y \forall z \{(Kind(x) \rightarrow mutter(x,y)) \wedge (Kind(x) \rightarrow vater(x,z))$~~

$\varphi: \forall x \forall y \forall z \{(Kind(x) \wedge mutter(x,y) \wedge vater(x,z)) \rightarrow verheiratet(y,z)\}$

mutter(x,y) y ist mutter von x

vater(x,z) z ist vater von z

Kind(x) x ist Kind

$U = \{a\}$

~~$I(k) = \{(a)\}$~~

$I(k) = \emptyset$

$\Rightarrow I \models \varphi$

!

Die Formel sollte aussagen wenn x ein Kind ist y seine Mutter und z sein Vater, dann impliziert dies das z und y verheiratet sind. Hier ~~sind~~ min ~~z~~ eine Kardinalität von 2 vorhanden da die min Domain {x, y z} ist aufweist.

Beispiel 2: **(12.5 Punkte)**

Nichtmonotones Schließen:

a) Geben Sie die allgemeine Definition des *deduktiven Abschlusses* $Cn(T)$ einer Wissensbasis T. Nennen Sie drei wichtige Eigenschaften von $Cn(\cdot)$. Kann $Cn(T)$ endlich sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

$Cn(T) = \{\varphi \mid T \models \varphi, \varphi$ is closed$\}$

(2 Punkte)

Eigenschaften:

- Monotonie: if $W \models \phi$, then $W \cup \{\psi\} \models \phi$
- Deduktionstheorem: $\models \varphi \rightarrow \psi$
- Inflationär

~~Kann~~ $Cn(T)$ endlich sein? <u>Ja</u>

$T_0 = \{p(b)\}$

$Cn(T_0) = \{p(b)\},$

0,5

b) Welche der folgenden Definitionen beschreibt die Eigenschaft der Nichtmonotonie korrekt?

1. Eine Inferenzrelation $\vdash$ heißt *nichtmonoton*, wenn es für jede Theorie T Formeln φ, ψ gibt, sodass $T \vdash \varphi$, jedoch $T \cup \{\psi\} \nvdash \varphi$.
2. Eine Inferenzrelation $\vdash$ heißt *nichtmonoton*, wenn es eine Theorie T und Formeln φ, ψ gibt, sodass $T \vdash \varphi$, jedoch $T \cup \{\psi\} \nvdash \varphi$.

Beispiel: $W = \{$Bird(tweety)$\}$

$\Delta = \{$flies(tweety)$\}$

1

Begründen Sie Ihre Antwort.

$E = \{$Bird(tweety), flies(tweety)$\}$

<u>Nicht monotonie:</u>

if $W \models \phi$ und $W \subseteq W'$, then $W' \not\models \phi$

$\Delta' = \{$Penguin(tweety)$\} \rightarrow \neg\{$flies(tweety)$\}\}$

(2 Punkte)

$E = \{$Bird(tweety)$\}$

$T \not\models$ flies(tweety)

② ~~Monotonie:~~

~~if $W \models \phi$, then $W \cup \{\psi\} \models \phi$ Bedeutet, dass durch~~

Begründung: Wenn durch das Hinzufügen von einer Information zu einer Wissensbasis, dass zuvor abgeleitete Wissen nicht ableitbar ist.

das gilt auch für ① !!

c) Man definiere das *klassische Redukt* einer Default Theorie $T = (W, \Delta)$ bzgl. einer Extension E von T.

$\Delta^E = \{\frac{\varphi}{x} \mid (\frac{\varphi : \psi_1 \ldots \psi_n}{x}) \in \Delta, \neg\psi_1 \ldots \neg\psi_n \notin E\}$

(1.5 Punkte)

1,5

d) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a, b und c und den Prädikatensymbolen P und Q:

$Q(a)$ $\quad P(a) \to Q(a)$
$\cancel{Q(b)}$

$$T = \{\exists x Q(x), P(a), \neg Q(b), \forall x(P(x) \to Q(x))\}.$$

1. Geben Sie die Elemente der *Closed-World Assumption* CWA(T) von T an, indem Sie folgende Gleichungen ergänzen:

$T_{asm} = \{$ $\neg P(a)$, $Q(a)$ $\quad \nvdash \quad \nvdash$ $\}$. 0

CWA(T) $= \{\psi \mid$ ________________ $\}$. 0

(2 Punkte)

2. Welche der folgenden Eigenschaften treffen für obige Theorie T zu?

– T_{asm} ist *vollständig.*	richtig ☐	falsch ☐
– CWA(T) ist *konsistent.*	richtig ☐	falsch ☒
– T ist *deduktiv abgeschlossen.*	richtig ☐	falsch ☐

f

(1.5 Punkte) 0

e) Geben Sie eine Übersetzung von normalen logischen Programmen in Default Theorien an, sodass die Answer Sets des Programms mit den Extensionen der Default Theorie übereinstimmen.

$T = (W, \Delta)$

(3 Punkte)

$W = \{ P(a), Q(a) \}$

$\Delta = \left\{ \dfrac{S(a) : P(a), Q(a)}{Q(a)}, \dfrac{P(a) : \neg Q(a)}{\neg Q(a)} \right\}$ $\cancel{\neg S(a)}$

$R(a) = a$
$Q(a) = b$

$E = \{ P(a), Q(a) \}$ $\quad \Gamma_T = Cn\{ P(a), Q(a) \}$

$\Delta_E = \left\{ \dfrac{S(a)}{Q(a)} \right\}$

$E = \Gamma_T$

0

~~p(a) ∨ q(a) ←~~
~~p(a) :~~
~~q(a) :~~
~~AS = {p}~~

$p = \{a \vee b\}$
$q = \{$ a :- not b
b :- not a
b :- a
a :- $\}$

$AS = \{a, b\}$

(5)

Beispiel 3: **(12.5 Punkte)**

Answer Set Programming (ASP):

a) Erklären Sie das *Guess and Check* Paradigma der Answer Set Programmierung anhand eines Programmes, dass die möglichen Drei-Färbungen eines Graphen berechnet. Zur Erinnerung: Ein Graph $G = \langle V, E \rangle$ ist *drei-färbbar* wenn es eine Funktion $\mu \colon V \to \{1, 2, 3\}$ gibt, sodass aus $(u, v) \in E$ immer auch $\mu(u) \neq \mu(v)$ folgt.

(3.5 Punkte)

0

b) Zeigen Sie, dass wenn M_1 und M_2 Modelle eines Horn Programms P sind, dann auch $M_1 \cap M_2$.

(3 Punkte)

Ein horn Programm hat genau ein Answerset. Damit M_1 und M_2 ein Asnwerset von P sind muss gelten $M_1 = M_2$. Der Schnitt von $M_1 \cap M_2$, unter der Bedingung $M_1 = M_2$ wäre ~~M_1~~ wieder M_1. Darum ist die Aussage gültig

1

c) Es sei $\vdash$ die *skeptische Inferenzrelation* definiert wie folgt: für jedes disjunktive logische Programm P und jedes grundierte Literal q gelte $P \vdash q$ genau dann wenn q in einem Answer Set von P enthalten ist.

Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

1. $\vdash$ erfüllt das *Monotonieprinzip*.

richtig ☐ falsch ☒

2. Es gibt ein Programm P sodass $P \vdash q$ für ein Atom q das nicht in P vorkommt.

richtig ☒ falsch ☐

0

(2 Punkte)

d) Sei M eine Interpretation und P ein grundiertes erweitertes logisches Programm. Betrachten Sie die beiden Definitionen von einem *Answer Set*:

(i) M ist ein Answer Set genau dann wenn M ein *minimales* Modell (bzgl. $\subseteq$) von P^M ist.

(ii) M ist ein Answer Set genau dann wenn M das *kleinste* Modell (bzgl. $\subseteq$) von P^M ist.

Erklären Sie anhand eines Beispiels warum diese Definitionen nicht übereinstimmen. Untersuchen Sie dabei, ob jedes Answer Set gemäß (i) auch eines gemäß (ii) ist und umgekehrt. Geben Sie Erklärungen für beide Richtungen an.

(4 Punkte)

2

~~$P = \{a \vee b\}$~~

~~$q = \{a :- \text{not } b,$~~
~~$b :- \text{not } a$~~
~~$b :- a$~~
~~$a :- \}$~~

~~$AS = \{a, b\}$~~

$P: \{a \vee b :-, \; b \vee c :-, \; a \vee c :- \}$

mögliche AS

$\{a\}, \{b\}, \{b,c\}, \{a,c\}, \{b,a\}$

→ verletzt def 2 $\{b,a\}$

echte AS minimal

kleinste

Ich habe die Regeln

$a \vee b :-$

$b \vee c :-$

$a \vee c :-$

nun muss ich das redukt von P^M bilden um das AS zu bekommen

$P^M = \{a_1 \vee \ldots \vee a_m :- b_1 \ldots b_k \mid$

$a_1 \vee \ldots \vee a_m :- b_1 \ldots b_k, \text{not } b_{k+1} \ldots b_n \in P,$

$\{b_{k+1} \ldots b_n\} \cap M = \emptyset \}$

Mögliche Variante $2^3 = 8$

a	b	c	a∨b	a∨c	b∨c
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

1) ~~minimal~~ a is kleinste Element bzgl $\leq \subseteq W \times W$ wenn $a < b$ für alle $b \in W$

2) a ist minimal Element bzgl $\leq \subseteq W \times W$, wenn es kein $b \in W$ mit $b < a$ gibt

12,5

Beispiel 4: **(12.5 Punkte)**
Probabilistisches Schließen:

a) Was versteht man unter *Marginalisierung* im Bezug auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen?

(2.5 Punkte) 2,5

Das Betrachten/Herausheben von einer Teilmenge einer gegebenen Menge von Variablen nennt man marginalisieren.

Das ist, Sei $P(V_1 \dots V_n)$ eine Menge von Variablen, sagen wir wir möchten $P(V_{i_1} \dots V_{i_k})$ mit $0 \leq i_j \leq k$ betrachten.

- Spezialfall $k=1$, prior probability $P(V_i = v_i)$
  - Berechnung:
    $$P(V_i = v_i) = \sum_{V_i = v_i} P(V_1 \dots V_n)$$
  - Beispiel: P(cavity) = P(cavity, toothache) + P(cavity, ¬toothache)
- Allgemein:
  $$P(V_{i_1}=v_{i_1} \dots V_{i_k}=v_{i_k}) = \sum_{V_{i_1}=v_{i_1} \dots V_{i_k}=v_{i_k}} P(V_1 \dots V_n)$$

b) Welche Eigenschaften haben *atomare Ereignisse*? Welche Arten von *Zufallsvariablen* gibt es? Geben Sie Erklärungen an!

(3 Punkte) 3

Atomare Ereignisse sind das Zuweisen von Werten zu beliebigen random Variables. ~~einer Domain unter berücksichtigung~~. z.B. die komplette Spezifikation des Zustandes der Welt

- Besteht die Welt nur aus den Variablen Cavity und Toothache so gibt es 4 mögliche Zustände. Cavity = true und Toothache = false ist einer davon.
- Atomare Ereignisse haben folgende wichtige Eigenschaften:
  - Sie schließen sich gegenseitig aus. Es tritt meist nur eines ein! z.B. cavity ∧ toothache und cavity ∧ ¬toothache kann nicht sein.
  - Die Menge der Atomaren Ereignisse ist vollständig, Es muss eines eintreten! z.B. Grund, die Disjunktion aller atomaren Ereignisse ist equivalent zu T

Die random Variables können in 3 Kategorien unterteilt werden:
- boolsche random Variablen: Sie können den Wert einer Domain annehmen z.B {true, false} Cavity = true.
- diskrete random Variables: Sie können den Wert einer aufzählbaren Domain annehmen. z.B. weather = {cloudy, sunny, rainy, snow}
- continuous random Variables: Sie können den Wert von real Numerics annehmen z.B. x = 4,02
  Die Gruppe kann auch mit Ungleichheit arbeiten z.B x ≤ 4,02

Berechnung: Productrule $P(V_1 \ldots V_n) = \prod_{i=1}^{n} P(V_i \mid V_{i+1} \ldots V_n) \Rightarrow$ Bayes Rule $P(V_i \mid V_j) = \frac{P(V_j \mid V_i) P(V_i)}{P(V_j)}$

c) Was ist ein *Bayes'sches Netz* (Grundidee, Komponenten, Unabhängigkeitsannahmen, Berechnung der Wahrscheinlichkeiten)?

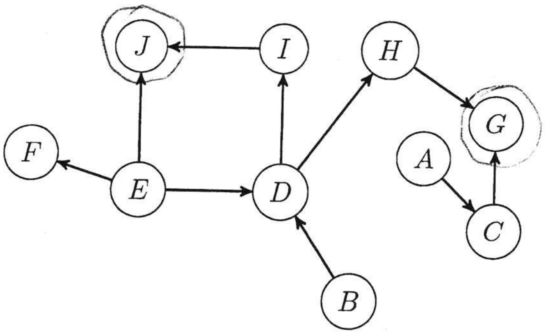
(3 Punkte)

3

~~Ein Bayesian Ne~~ Ein Bayes'sches Netz ist eine präzise graphische Datenstruktur zur Darstellung von beliebigen vollen JPD's unter Berücksichtigung der Unabhängigkeit zwischen den Variablen.
Der Graph ist ein ~~directed~~ Graph mit ~~di~~ gerichteten Verbindungen zwischen den Knoten, wo jeder Knoten mit einer Wahrscheinlichkeitsinformation behaftet ist.
Formell, besteht ein Bayes'sches Netz aus folgenden Objekten/Komponenten:

- Eine Menge von random Variables welche die Knoten sind
- Eine Menge von gerichteten Verbindungen zwischen den Knoten z.B. $V_1 \to V_2$ wobei hier V_1 der Elternknoten von V_2 ist.
- Jeder Knoten ist mit einer bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(V \mid Parents(V))$ behaftet, wobei $Parents(V)$ die Menge der Elternknoten von V darstellt.
- Der Graph enthält keine directed cycles, er ist ein directed acycles Graph (DAG)

d) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?

1. J ist bedingt unabhängig von F bei Evidenz H. richtig ☐ falsch ☒
2. G ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz D und J. richtig ☐ falsch ☒
3. I ist nicht bedingt unabhängig von F bei Evidenz D. richtig ☐ falsch ☒
4. H ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz B. richtig ☒ falsch ☐

(4 Punkte)

4

4 $J \perp\!\!\!\perp F \mid H \quad e\{H\}$

J, E, F —

J, I, D, E, F —

4 $G \perp\!\!\!\perp A \mid D, J \quad e\{D, J\}$

G, C, A —

4 $I \not\perp\!\!\!\perp F \mid D \quad e\{D\}$

I, D, E, F — (1)

I, J, E, F — (3)

✓ $H \perp\!\!\!\perp A \mid B \quad e\{\emptyset\}$

$H, \cancel{G}, C, A \to$ (3)

(1) $e \in E$, $\to (e) \to$

(2) $e \in E$, $\leftarrow (e) \to$

(3) $e \notin E$, $\to (e) \leftarrow$

c c