

# Formelsammlung

## 1. Grundlagen betrieblicher Finanzwirtschaft

GUV nach Umsatzkostenverfahren

- Umsatzergebnis
- Betriebsergebnis
- Finanzergebnis
- Jahresüberschuss

Kapitalflussrechnung

$$CF_{Betr} + CF_{Inv} + CF_{Fin} + CF_{ZMF} = 0$$

$CF_{Betr}$	Geldfluss aus Betriebstätigkeit
$CF_{Inv}$	Geldfluss aus Investitionstätigkeit
$F_{Fin}$	Geldfluss aus Finanzierungstätigkeit
$CF_{ZMF}$	Veränderung des Zahlungsmittel-Fonds (ZMF)

## 2. Markowitz'sche Portfolio-Theorie

$$E[\tilde{r}_{PF}] = \mu_{PF} = a_A \mu_A + a_B \mu_B$$

$$Var[\tilde{r}_{PF}] = \sigma_{PF}^2 = a_A^2 \sigma_A^2 + 2a_A a_B \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B} + a_B^2 \sigma_B^2$$

$$Durchschnittsrisiko = a_A \sigma_A + a_B \sigma_B$$

Modell-Kalibrierung

Erwartungswert:  $\hat{\mu}_i = \hat{E}[\tilde{r}_i] = \sum_{t=1}^T \frac{r_{i,t}}{T}$

Varianz:  $\hat{\sigma}_i^2 = \hat{Var}[\tilde{r}_i] = \sum_{t=1}^T \frac{(r_{i,t} - \hat{E}[\tilde{r}_i])^2}{T-1}$

Kovarianz:  $\hat{Cov}[\tilde{r}_A, \tilde{r}_B] = \sum_{t=1}^T \frac{(r_{A,t} - \hat{E}[\tilde{r}_A])(r_{B,t} - \hat{E}[\tilde{r}_B])}{T-1}$

Korrelationskoeffizient:  $\hat{\rho}_{A,B} = \frac{\hat{Cov}[\tilde{r}_A, \tilde{r}_B]}{\hat{\sigma}_A \hat{\sigma}_B}$

Risikominimierung

$$\tilde{r}_{PF} = a_A \tilde{r}_A + (1 - a_A) \tilde{r}_B$$

$$\frac{\partial Var[\tilde{r}_{PF}]}{\partial a_A} = 0$$

Nutzenmaximierung

$$u(\tilde{r}_{PF}) = a \tilde{r}_{PF} + b \tilde{r}_{PF}^2$$

$$\Rightarrow E[u(\tilde{r}_{PF})] = a \mu_{PF} + b(\mu_{PF}^2 + \sigma_{PF}^2)$$

$$u(S\ddot{A}) = E[u(\tilde{r}_{PF})]$$

SÄ: Sicherheitsäquivalent

Tobin-Separation: Two Funds Theorem

$$\tilde{r}_{PF} = a_f r_f + (1 - a_f) \tilde{r}_i$$

Tangentialportfolio:  $\frac{E[\tilde{r}_{PF}] - r_f}{\sqrt{Var[\tilde{r}_{PF}]}} = const. \text{ (Sharp Ratio)}$

Capital Asset Pricing Model

$$\frac{E[\tilde{r}_i] - r_f}{Cov[\tilde{r}_i, \tilde{r}_M]} = \lambda = \frac{E[\tilde{r}_M] - r_f}{Var[\tilde{r}_M]}$$

### 3. CPPI-Investmentstrategie

- konstante Investmentstrategie
- zeitbasierte Investmentstrategie
- zustandsbasierte Investmentstrategie

$$R_{PF,0,2} = (1 + R_{PF,1})(1 + R_{PF,2}) - 1$$

$R_{PF,0,2}$  zweiperiodige Portfoliorendite

### 4. dynamische Optimierung von Portfolios

$$\max_{a_{A,t}(s_{t,i}), a_{f,t}(s_{t,i})} E[u(\tilde{R}_{PF,0,2}) | s_0]$$

stochastische Kontrolltheorie: Modell

$$\begin{aligned} u(\tilde{r}) &= a\tilde{r} + b\tilde{r}^2 \\ \tilde{R}_{PF,t} &= \tilde{R}_{A,t} \cdot a_{A,t}(s_{t,i}) + R_{f,t} \cdot a_{f,t}(s_{t,i}) \\ a_{A,t}(s_{t,i}) + a_{f,t}(s_{t,i}) &= 1 \\ \tilde{R}_{PF,0,2} &= (1 + \tilde{R}_{PF,1})(1 + \tilde{R}_{PF,2}) - 1 \end{aligned}$$

$a$  Skalierungsparameter der Nutzenfunktion

$b$  Risikoparameter der Nutzenfunktion

$\tilde{R}_{PF,t}$  einperiodige Portfoliorendite

$\tilde{R}_{PF,0,2}$  zweiperiodige Portfoliorendite

Rückwärtsinduktion

$$a_{f,1}(s_{1,i}) = 1 + \frac{a + 2b \left( (1 + R_{PF,1}(s_{1,i})) (1 + R_{f,2}) - 1 \right)}{2b(1 + R_{PF,1}(s_{1,i}))} \cdot \frac{E[\tilde{R}_{A,2} | s_{1,i}] - R_{f,2}}{E[(\tilde{R}_{A,2} - R_{f,2})^2 | s_{1,i}]}$$

$$a_{f,0}(s_0) = 1 + \frac{a + 2b \left( (1 + R_{f,2})^2 - 1 \right)}{2b(1 + R_{f,1})} \cdot \frac{E[\tilde{R}_{A,1} | s_0] - R_{f,1}}{E[(\tilde{R}_{A,1} - R_{f,1})^2 | s_0]}$$

### 5. derivative Finanzinstrumente: Festgeschäfte

$$\begin{aligned} (1 + R_{0,T})^{T_{0,T}} &= \exp(r_{0,T} \cdot T_{0,T}) \\ r_{0,T} &= \ln(1 + R_{0,T}) \end{aligned}$$

Forward: Erstbewertung

$$\begin{aligned} FV_{F,0} &= +P_{A,0} - F_{0,T} \cdot \exp(-r_{0,T} \cdot T_{0,T}) \\ \text{No-Arbitrage: } FV_{F,0} &= 0 \Rightarrow F_{0,T} = P_{A,0} \cdot \exp(r_{0,T} \cdot T_{0,T}) \end{aligned}$$

$P_{A,0}$  Basisobjekt-Preis

$F_{0,T}$  Terminpreis

$FV_{F,0}$  Erstbewertung

Forward: Folgebewertung

$$FV_{F,\tau}(s_{\tau,i}) = +P_{A,\tau}(s_{\tau,i}) - F_{0,T} \cdot \exp(-r_{\tau,T} \cdot T_{\tau,T})$$

Gesamterfolg &-rendite

$$\begin{aligned} \Delta FV_{f,t} &= FV_{F,t} - FV_{F,t-1} \\ GE_{F,t} &= \Delta FV_{F,t} \end{aligned}$$

$$R_{F,t} = \frac{GE_{F,t}}{FV_{F,t-1}}$$

$\Delta FV_{f,t}$  Wertänderung  
 $GE_{F,t}$  Gesamterfolg  
 $R_{F,t}$  Gesamtrendite

Forward (Derivatives FI/fz.VW)	t0		t1		t2		Zeitpunkt	IFRS-Verbuchung	t	#
$C_{F,2}$					16,00		<b>Cash Flow</b>	Kassa/fz.VW	2	1b
$T_{1,2}$	1		1/2		0,00		(Rest-)Laufzeit (in y)	fz.VW/Kassa	0	1d
$P_{A,t}(\omega)$	100,00		100,00		120,00		(kft.) Basisobj.-Preis			
$F_{0,2} = P_{0,A} \cdot \exp(r_{0,2} \cdot T_{0,2})$	104,00		104,00		104,00		Terminpreis			
$r_{0,2} = \ln(1+R_{0,2})$	3,92%		3,92%				Zinssatz (zeitstetig)			
$X_{A,t} = X_{A,0}$	100,00%		100,00%		100,00%		fz.VW-Gewicht			
$X_{L,t} = X_{L,0}$		100,00%		100,00%		100,00%	fz.Vb-Gewicht			
long/short leg (linker/rechter Ast)	fz.VW	fz.Vb.	fz.VW	fz.Vb.	fz.VW	fz.Vb.	<b>Duplikationsportfolio</b>			
+ $P_{A,t}(\omega) \cdot X_{A,t}$	100,00		100,00		120,00		fz.VW (gewichtet)			
- $F_{0,2} \cdot \exp(-r_{1,2} \cdot T_{1,2}) \cdot X_{L,t}$		-100,00		-101,98		-104,00	fz.Vb (gewichtet)			
$FV_{F,0}$	0,00						<b>Erstbewertung</b>			
$FV_{F,t}(\omega)$			-1,98		16,00		<b>Folgebewertung</b>			
$\Delta FV_{F,1}(\omega) = FV_{F,1} - FV_{F,0}$			-1,98				Wertänderung	FE/fz.VW	1	5b
$\Delta FV_{F,2}(\omega) = FV_{F,2} - FV_{F,1}$					17,98			fz.VW/FE	2	7b
$BUW_{F,t}(\omega) = FV_{F,t}(\omega) = FV_{F,0} + \sum \Delta FV$	0,00		-1,98		16,00		<b>pfadweise Fair Values</b>	<b>Bilanz: fz.VW</b>		
$FE_{F,t}(\omega) = \Delta FV_{F,t}$			-1,98		17,98		<b>Finanz-Erfolg</b>	<b>GUV: FE</b>		
$R_{F,t}(\omega) = FE_{F,t}/FV_{F,t-1}$			#DIV/0!		-907,92%		FE-Rendite			

### 6. derivative Finanzinstrumente: Optionsgeschäfte

Forward: Erstbewertung

$$FV_{C,0} = +P_{A,0} \cdot N(d_{1,0}) - X_{0,T} \cdot N(d_{2,0}) \cdot \exp(-r_{0,T} \cdot T_{0,T})$$

$$d_{1,0} = \frac{\ln(P_{A,0}/X_{0,T}) + (r_{0,T} + \sigma_{0,T}^2/2) \cdot T_{0,T}}{\sigma_{0,T} \cdot \sqrt{T_{0,T}}}$$

$$d_{2,0} = d_{1,0} - \sigma_{0,T} \cdot \sqrt{T_{0,T}} = \frac{\ln(P_{A,0}/X_{0,T}) + (r_{0,T} - \sigma_{0,T}^2/2) \cdot T_{0,T}}{\sigma_{0,T} \cdot \sqrt{T_{0,T}}}$$

Forward: Folgebewertung

$$FV_{C,\tau} = +P_{A,\tau} \cdot N(d_{1,\tau}) - X_{0,T} \cdot N(d_{2,\tau}) \cdot \exp(-r_{0,T} \cdot T_{\tau,T})$$

Europäischer Call (Derivat -> fz.VW)	t0		t1		T		Zeitpunkt	IFRS-Verbuchung	t	#
$C_{C,T}$					20,00		<b>Cash Flow</b>	Kassa/fz.VW	T	1
$T_{1,T}$	1/2		1/4				(Rest-)Laufzeit (in y)	fz.VW/Kassa	0	1
$P_{A,t}(S_{t,i})$	100,00		100,00		120,00		(kft.) Basisobj.-Preis			
$X_{0,T}$					100,00		Ausübungspreis			
$R_{0,T}$	5,13%		5,13%				Zinssatz (zeitdiskret)			
$r_{0,T}$	5%		5%				Zinssatz (zeitstetig)			
$\sigma_{0,T}$	20%		20%				Volatilität (p.a.)			
$d_{1,t}$	0,2475		0,1750		100,00%		Hilfsgröße			
$N(d_{1,t})$	59,77%		56,95%				fz.VW-Gewicht (Delta)			
$d_{2,t}$		0,1061		0,0750			Hilfsgröße			
$N(d_{2,t})$		54,22%		52,99%	100,00%		fz.Vb-Gewicht			
long/short leg (linkes/rechtes Bein)	fz.VW	fz.Vb.	fz.VW	fz.Vb.	fz.VW	fz.Vb.	<b>Duplikationsportfolio</b>			
$P_{A,t}(S_{t,i}) \cdot N(d_{1,t})$	59,77		56,95		120,00		fz.VW (gewichtet)			
- $X_{0,T} \cdot \exp(-r_{0,T} \cdot T_{1,T}) \cdot N(d_{2,t})$		-52,88		-52,33		-100,00	fz.Vb (gewichtet)			
$FV_{C,0}$	6,89						<b>Erstbewertung</b>	fz.VW/Kassa	0	1
$FV_{C,t}(S_{t,i})$			4,61		20,00		<b>Folgebewertung</b>			
$\Delta FV_{C,t1} = FV_{C,t1} - FV_{C,0}$			-2,27				Wertänderung	FE/fz.VW	1	5
$\Delta FV_{C,T} = FV_{C,T} - FV_{C,t1}$					15,39			fz.VW/FE	T	7
$BUW_{t,i}(S_{t,i}) = FV_{C,0} + \sum \Delta FV$	6,89		4,61		20,00		<b>Buchwert (fz.VW)</b>			
$FE_{-1,t} = \Delta FV_{C,t}$			-2,27		15,39		<b>Finanz-Erfolg</b>			