

Name:

Matrikelnummer:

Kennzahl:

Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben (*kein Bleistift*)!

Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ!

Beispiel 1:

(17 Punkte)

Logikbasierte Wissensrepräsentation:

- a) Wodurch unterscheiden sich *Prädikate* von *Funktionen* in der Prädikatenlogik erster Stufe?
Erklären Sie die Begriffe *Atom*, *Literal* und *Klausel (clause)*. (3 Punkte)

- b) Definieren Sie den Begriff einer *Interpretation* in der Prädikatenlogik erster Stufe.
Zeigen Sie mithilfe von Interpretationen, dass für beliebige geschlossene Formeln φ und ψ
aus $\psi \models \varphi$ und $\neg\psi \models \varphi$ immer $\models \varphi$ folgt.
Gilt auch $\psi \vee \neg\psi \models \varphi$? Wenn ja, beweisen Sie es mithilfe von Interpretationen, ansonsten
geben sie ein Gegenbeispiel an.
Wenn Sie zusätzliche Theoreme aus der Vorlesung verwenden, so müssen Sie diese beweisen.

(5 Punkte)

"Wahrheitsbelegung" ~~ist~~ eine Formel

c) Beweisen oder widerlegen Sie mittels TC1, dass $((A \vee \neg C) \rightarrow B) \models (B \wedge \neg(A \wedge \neg C))$ gilt. Lesen sie gegebenenfalls ein Gegenbeispiel aus dem Tableau ab.

(5 Punkte)

(1)	$\neg((A \vee \neg C) \rightarrow B)$	
(2)	$(B \wedge \neg(A \wedge \neg C))$	
<hr/>		
(3)	B	von 2
(4)	$\neg(A \wedge \neg C)$	von 2
- (5)	$A \wedge \neg C$	von 4
- (6)	A	von 5
- (7)	$\neg C$	von 5
- (8)	$(A \vee \neg C) \rightarrow B$	von 1
- (9)	$(A \vee \neg C)$	von 8
(10)	B	von 8

- (11)	A	von 9
- (12)	$\neg C$	von 9
<hr/>		
Gegenfall kann nicht bewiesen werden:		
<u>gültig</u>		

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:

- Die leere Konjunktion ist in allen Interpretationen wahr.
- Liefert eine Startformel ψ ein geschlossenes Tableau, so ist $\neg\psi$ unerfüllbar.
- Alle Regeln des TC1 sind deterministisch.
- Keine gültige Aussage ist ungültig.
- Für alle Interpretationen I und alle Formeln ψ gilt entweder $I \models \psi$ oder $I \models \neg\psi$.
- Nur gültige Formeln sind erfüllbar.
- Aus $P \wedge (Q \vee R)$ folgt $P \wedge Q$.
- TC1 terminiert bei unerfüllbaren Formeln immer.

☒ richtig ☐ falsch

☐ richtig ☒ falsch

☐ richtig ☐ falsch

☒ richtig ☐ falsch

☐ richtig ☒ falsch

☐ richtig ☒ falsch

☐ richtig ☒ falsch

☒ richtig ☐ falsch

(4 Punkte)

Beispiel 2:

(16 Punkte)

Nichtmonotones Schließen:

a) Gegeben seien folgende Defaults:

$$\Delta = \left\{ \frac{P(x) : \neg Q(x)}{\neg Q(x)}, \frac{R(x) : P(x)}{P(x)}, \frac{\top : \neg R(x), \neg Q(a)}{P(x) \vee Q(x)} \right\}$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \{Q(a), P(b)\}, & W_2 &= \{\neg P(a), Q(a)\}, & W_3 &= \{R(a)\}. \\ E_1 &= Cn(W_1), & E_2 &= Cn(W_2), & E_3 &= Cn(W_3 \cup P(a)). \end{aligned}$$

(1) Geben Sie die klassischen Redukte Δ^{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned} \Delta^{E_1} &= \left\{ \frac{P(x) : \neg Q(x)}{\neg Q(x)}, \frac{R(x) : P(x)}{P(x)}, \frac{\top : \neg R(x), \neg Q(a)}{P(x) \vee Q(x)} \right\} \\ \Delta^{E_2} &= \left\{ \frac{P(x) : \neg Q(x)}{\neg Q(x)}, \frac{R(x) : P(x)}{P(x)}, \frac{\top : \neg R(x), \neg Q(a)}{P(x) \vee Q(x)} \right\} \\ \Delta^{E_3} &= \left\{ \frac{P(x) : \neg Q(x)}{\neg Q(x)}, \frac{R(x) : P(x)}{P(x)}, \frac{\top : \neg R(x), \neg Q(a)}{P(x) \vee Q(x)} \right\} \end{aligned}$$

(2) Markieren Sie die korrekten Aussagen:

- | | |
|---|---|
| i. E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = \langle W_1, \Delta \rangle$. | <input type="checkbox"/> richtig <input checked="" type="checkbox"/> falsch |
| ii. E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = \langle W_2, \Delta \rangle$. | <input checked="" type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch |
| iii. E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = \langle W_3, \Delta \rangle$. | <input type="checkbox"/> richtig <input checked="" type="checkbox"/> falsch |

(6 Punkte)

b) Was versteht man unter der Monotonie der Konsequenzrelation Cn ? Geben Sie eine formal korrekte Definition an. Welche Eigenschaften neben Monotonie besitzt die Relation noch?

(2 Punkte)

Monotonie: $T_1 \subseteq T_2 \Rightarrow Cn(T_1) \subseteq Cn(T_2)$

Für welche T, \bar{T} ?

- andere Eigenschaften:
- Idempotent - $T \subseteq Cn(T)$
 - Inflationär - $Cn(T) = Cn(Cn(T))$

$$\begin{aligned} T &\subseteq Cn(T) \\ Cn(T) &= Cn(Cn(T)) \end{aligned}$$

c) Wozu benötigt man die closed-world assumption (CWA)?

Sei T eine konsistente Theorie. Unter welchen Umständen ist $CWA(T)$ inkonsistent?

(2 Punkte)
Wird benötigt, um Wissen in Bezug auf negative Fakten möglichst effizient darzustellen, da die CWA in einer Wissensbasis fehlende Fakten als falsch annimmt.

$$T_1 = \{P(a) \vee P(b)\}$$

$CWA(T_1)$ inkonsistent, da sowohl $CWA(T_1) \not\models \neg P(a)$ und $CWA(T_1) \not\models \neg P(b)$, was aber $P(a) \vee P(b)$ widerspricht.

d) Beweisen oder widerlegen Sie, dass $Cn(T_1) \cup Cn(T_2) \subseteq Cn(T_1 \cup T_2)$.

Ann. $T_1 = \{\}$, $T_2 = \{P(a)\}$

(4 Punkte)

$Cn(T_1)$ beinhaltet jetzt alle gültigen Regeln, also auch $Cn(T_1) \supseteq Cn(T_2)$.
 $Cn(T_1 \cup T_2)$ ist jedoch $Cn(\{\} \cup \{P(a)\})$ also $Cn(T_2)$.

Somit müsste $Cn(T_1) \cup Cn(T_2) \subseteq Cn(T_1 \cup T_2) = Cn(T_2)$ ↑
Widerspruch
bestehen nicht!

e) Was ist ein normaler Default, bzw. eine normale Default Theorie? Welche Eigenschaft gilt für normale Default Theorien, jedoch im Allgemeinen nicht für beliebige?

Default Theorie ~~besteht~~ $(X_1, \dots, X_m := Y_1, \dots, Y_n, \neg Y_{n+1}, \dots, \neg Y_k)$, mit $m=1$ und $k=n$, also in der Form $X_1 := Y_1, \dots, Y_n$.

Eigenschaft: sind immer konsistent

$$(col(x,r) \vee col(x,g) \vee col(x,b) :- node(x))$$

Beispiel 3:

(16 Punkte)

Answer-Set Programming (ASP):

- a) Erklären Sie das *Guess-and-Check Paradigma* der Answer-Set Programmierung anhand eines Programmes, das alle *Independent Sets* eines Graphen berechnet.

Zur Erinnerung: Sei $G = \langle V, E \rangle$ ein Graph, wobei V die Menge der Knoten und E die Menge der Kanten des Graphen ist. Ein *Independent Set* ist eine Teilmenge S der Knotenmenge V sodass keine zwei Knoten aus S miteinander verbunden sind. D.h., ein Independent Set ist eine Menge S sodass $S \subseteq V$ und für alle $i, j \in S$ gilt $(i, j) \notin E$. (6 Punkte)

(Guess: mögliche Answer Sets berechnen)

(Check: ASs aus Guess so reduzieren, dass jene entfernt werden, welche den Problem nicht entsprechen.)

Guess:

~~Set~~ $Set(S) :- Node(s).$

Check:

~~$Edge(x, y) :- Set(x), not Set(y)$~~

$Set(x), not Set(y) :- Edge(x, y).$

$not Set(x), Set(y) :- Edge(x, y).$

Der Guess-Teil gibt alle möglichen Knoten in das Independent Set, welche offensichtlich zu viele sind. Check entfernt alle Knoten aus dem Set, welche über eine Kante verbunden sind.

- b) Was ist ein klassisches Modell eines Programms P ? Inwiefern unterscheiden sich klassische Modelle von Answer Sets? (3 Punkte)

Ein minimales klass. Modell (~~Minimales AS~~) von P^M ist ein AS von P .
~~Nicht~~ Ein klassisches Modell definiert die Semantik eines Programms.

c) Was sind *Constraints* in Answer Set Programming? Welchen Zweck erfüllen sie?

(3 Punkte)

Form:

$\sim X_1, \dots, X_n.$

Reduzieren Answer Sets eines Programmes.

d) Kreuzen Sie Zutreffendes an:

(i) Wenn M ein minimales Modell eines Programms P ist, dann ist M ein Answer Set von P .

richtig ☐ falsch ☒

(ii) Das Programm $P = \{a \leftarrow; b \leftarrow a, \text{not } b; b \leftarrow\}$ hat keine Answer Sets.

richtig ☒ falsch ☐

(iii) Ein Programm, in dem keine starke Negation benutzt wird, hat immer ein Answer Set.

richtig ☐ falsch ☐

(iv) Leere Programme (Programme ohne Regeln) haben Answer Sets.

richtig ☒ falsch ☐

ein leeres

(4 Punkte)

Beispiel 4:**(16 Punkte)****Probabilistisches Schließen:**

- a) Was versteht man unter *Marginalisierung* im Bezug auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen? Wie berechnet sich eine *a priori* Wahrscheinlichkeit $P(V_i = v_i)$ bei gegebener Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(V_1, \dots, V_n)$ über den Variablen V_1, \dots, V_n ($1 \leq i \leq n$)? **(3 Punkte)**

Marginalisierung ist das Herausheben ~~best~~ bestimmte Aspekte aus einer JPD zur genaueren Betrachtung.

Aus einer JPD $P(X_1, \dots, X_n)$ wird beispielsweise nur die ZV X_1 betrachtet, oder die ZVs x_i , wo i zwischen 1 und n .

$$P(V_i = v_i) = \sum_{i=1}^n P(V_i)$$

- b) Leiten Sie das Bayes'sche Gesetz aus der Produktregel her.

(5 Punkte)

$$\begin{aligned} P(a, b) &= P(a|b) \cdot P(b) \\ P(a, b) &= P(b|a) \cdot P(a) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} P(a, b) &= P(a|b) \cdot P(b) \\ P(a, b) &= P(b|a) \cdot P(a) \end{aligned}} \right\} \text{Produktregel}$$

Gleichsetzen: $P(a|b) \cdot P(b) = P(b|a) \cdot P(a) \quad | : P(b)$

$$\underline{P(a|b) = \frac{P(b|a) \cdot P(a)}{P(b)}}$$

Bayes'sches Gesetz

$$P(a|b) = \frac{P(b|a) \cdot P(a)}{P(b)}$$

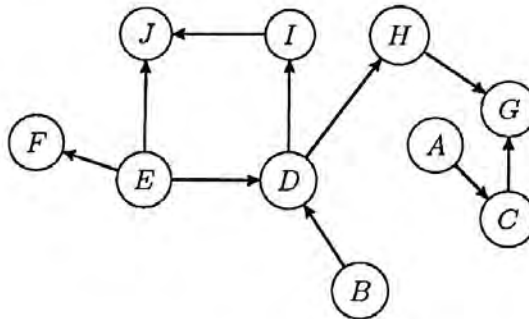
- c) Welche Eigenschaften haben atomare Ereignisse? Welche Arten von Zufallsvariablen gibt es? Geben Sie Erklärungen an! (3 Punkte)

→ mutually exclusive: Der Zustand eines atomaren Ereignisses ist zu einem bestimmten Zeitpunkt eindeutig, zu einer Zeit kann es nur 1 Zustand geben.
 → exhaustive: Zu jedem Zeitpunkt muss es mind. 1 atomares Ereignis geben, das gilt.

ZV-Arten:

- boolsche ZV: können den Wert Wahr/Falsch annehmen
Domain $\{True, False\}$
- diskrete ZV: können unterschiedliche, diskrete Werte annehmen (Wertebereich ~~ist~~ muss definiert werden)
Domain z.B. $\{Sonnig, regnerisch, wolkig, neblig\}$
- kontinuierliche ZV: ~~ist~~ innerhalb eines Wertebereichs ~~Werte~~ angenommen werden
Domain z.B. \mathbb{R} (Reelle Zahlen); 0,1; 7; 13,768

- d) Gegeben ist folgender Graph eines Bayes'schen Netzes:



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?

- (i) H ist bedingt unabhängig von F bei Evidenz D .
- (ii) J ist bedingt unabhängig von B bei Evidenz I und E .
- (iii) F ist bedingt unabhängig von C bei Evidenz J und G .
- (iv) H ist bedingt unabhängig von E bei Evidenz J .

- richtig ☒ falsch ☐
 richtig ☒ falsch ☐
 richtig ☐ falsch ☒
 richtig ☐ falsch ☒

(5 Punkte)