VO – Prüfung StatWth15 f. Inf. (107.254) bei Prof. GURKER

(A) Schriftlicher Teil:

Dauer: 2 Stunden

Unterlagen: VO – Skriptum (in ausgedruckter Form)

Punkte: Acht Aufgaben zu je fünf Punkten (Punkte für Aufgaben–teile in eckigen Klammern, z. B. [2])

Gesamt	Note		
[0,20)	5	$\longrightarrow$	Schriftl. Teil wiederholen!
[20,25]	4		
(25,32]	3		
(32,37]	2		
(37,40]	1		

Sonstiges: Benötigt werden ein Taschenrechner sowie Utensilien (Lineal, Bleistift, ...) für die Erstellung von einfachen Zeichnungen.

Nicht erlaubt sind (internetfähige) Computer, Tablets, Smartphones, ...

Alles auf die beigefügten Blätter schreiben. (Bei Bedarf die Rückseiten verwenden.)

Termine/Anmeldung: TISS

Ergebnisse: Aushang am Institut (Grüner Turm, 6. Stock)

(B) Mündlicher Teil:

Voraussetzung: Schriftlicher Teil positiv

Ort: Im Zimmer von W. Gurker (Grüner Turm, 6. Stock)

Termine/Anmeldung: Bei Fr. Vater im Sekretariat des Instituts
(Grüner Turm, 6. Stock)
E – Mail: daniela.vater@tuwien.ac.at
Tel.: + 43 (1) 58801 – 10561

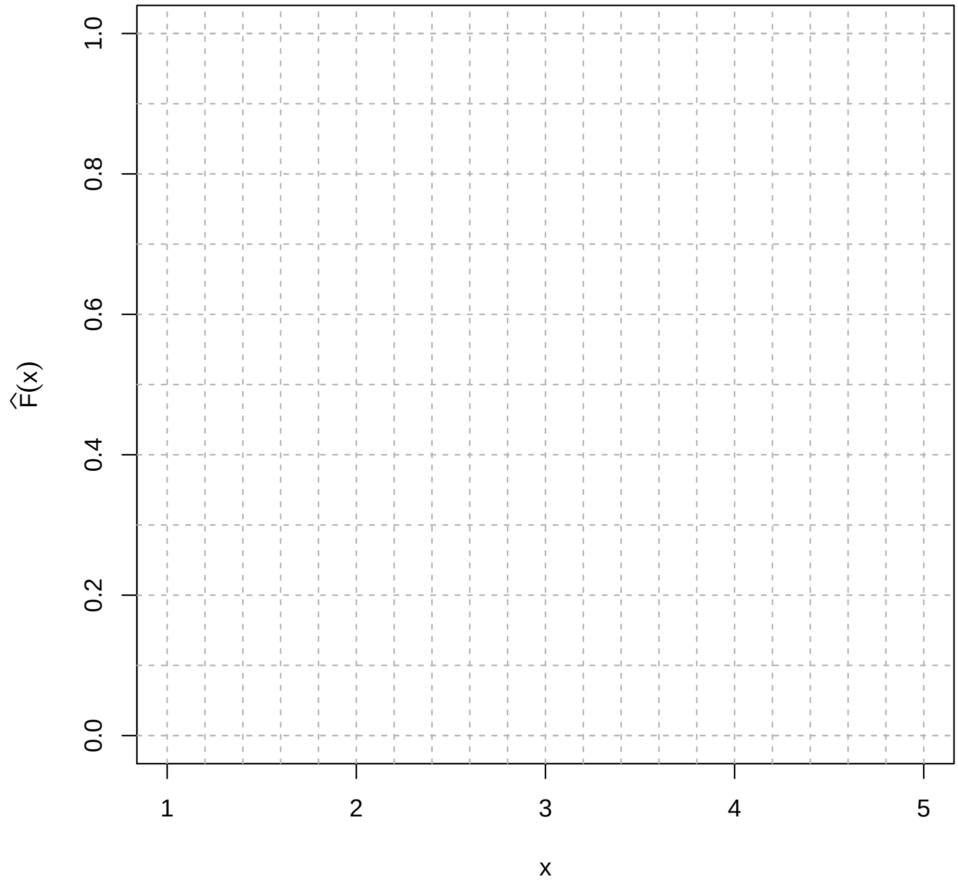
Betrachten Sie die folgende Stichprobe der Größe $n = 8$:

$$2.6 \quad 3.9 \quad 4.2 \quad 3.1 \quad 1.8 \quad 2.8 \quad 2.0 \quad 3.7$$

[2] (a) Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion $\widehat{F}$ und bestimmen Sie grafisch das 80%–Quantil vom Typ 4.

[1] (b) Bestimmen Sie $\overline{x}$ und $\widetilde{x}$ (Median).

[2] (c) Bestimmen Sie s^2 und s.



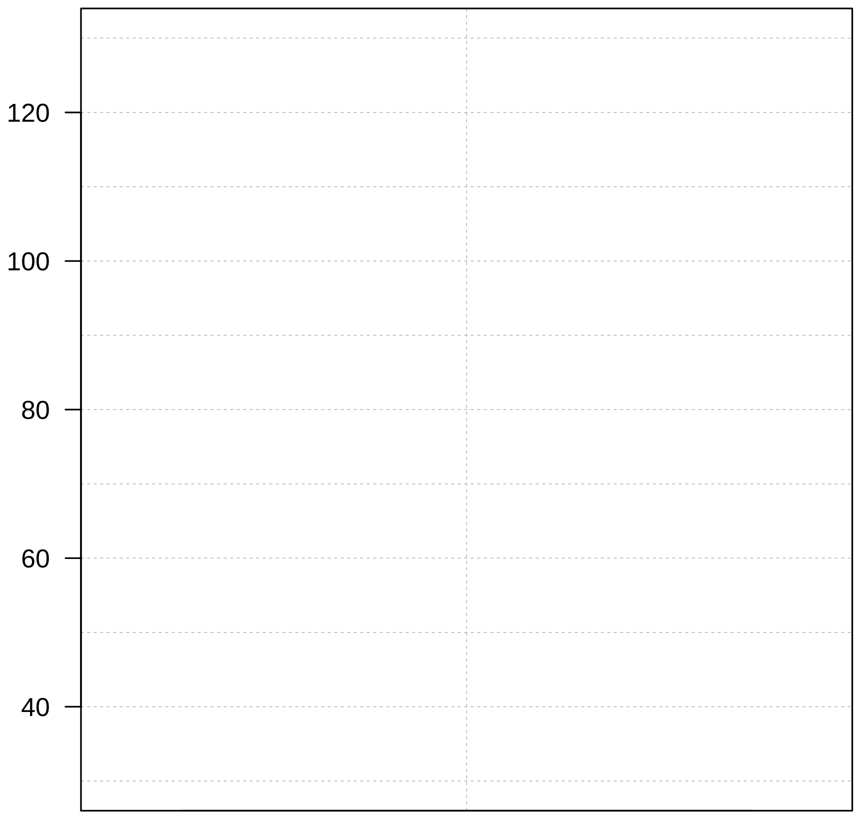
Bestimmen/Zeichnen Sie für die folgenden (bereits geordneten) Daten:

40	52	55	60	70	75	85	85	90	90
92	94	94	95	98	100	115	125	125	130

[1] (a) den Median und die Hinges.

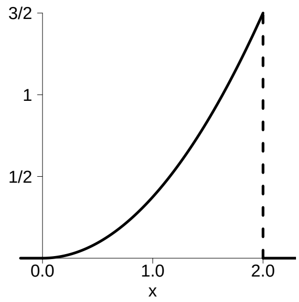
[2] (b) auf Basis der Hinges die Fences.

[2] (c) den Boxplot. (Gibt es Ausreißer?)



Die Dichte einer sG X lautet wie folgt:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2}{8} & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



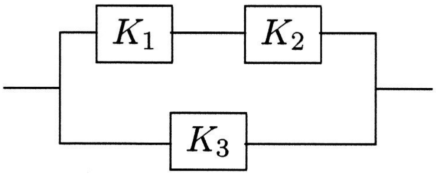
[1] (a) Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

[1] (b) Bestimmen Sie die Varianz von X.

[2] (c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X (plus Skizze).

[1] (d) Wie kann man auf Basis von $U \sim U(0,1)$ Beobachtungen von X generieren? Welcher x–Wert ergibt sich z. B. für $u = 0.3522$?

Die logische Struktur eines Systems sei gegeben wie folgt:



Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängig und identisch verteilt mit Dichte $f(x) = 2e^{-2x} I_{(0,\infty)}(x)$ ($\equiv$ $\mathsf{Exp}(\lambda = 2)$). Bestimmen Sie für die Lebensdauer des Systems:

[2] (a) die Verteilungsfunktion

[1] (b) die Dichte

[2] (c) den Erwartungswert

[2] (a) Die Kommissarin ist zu 60% davon überzeugt, dass der Verdächtige auch der Täter ist. Wenn sich nun herausstellt, dass der Täter zu 90% eine bestimmte Eigenart hat, die in der Bevölkerung zu 20% vorkommt, und der Verdächtige diese Eigenart hat, wie ändert sich dadurch die Einschätzung der Kommissarin?

---

[1] (b) Die gemeinsame Dichte von X und Y sei gegeben durch:

$$f(x,y) = \begin{cases} 6x^2y & 0 < x < 1,\ 0 < y < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wie lauten die Randdichten? Sind X und Y unabhängig? Unkorreliert?

---

[2] (c) Jeder Chip einer bestimmten Produktion ist unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit 1/8 defekt. Wenn 1000 Chips getestet werden, mit welcher (approximativen) Wahrscheinlichkeit sind weniger als 130 defekt? (Hinweis: Rechnen Sie mit Stetigkeitskorrektur.)

Die Daten von Aufgabe 1 stammen aus einer Normalverteilung $\mathsf{N}(\mu, \sigma^2)$ mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2.

[1] (a) Bestimmen Sie ein 95%–Konfidenzintervall für μ.

[2] (b) Bestimmen Sie 95%–Konfidenzintervalle für σ^2 und σ.

[2] (c) Testen Sie zum Niveau $\alpha = 5\%$:

$$\mathcal{H}_0 : \mu = 3.5 \quad \text{gegen} \quad \mathcal{H}_1 : \mu \neq 3.5$$

Zwei Stichproben aus unabhängigen Normalverteilungen waren wie folgt:

```
> x <- c(101,91,95,94,97,105,100,103,100,98)
> y <- c(90,94,100,96,93,89,97,93)
```

Mittelwerte, Varianzen, Streuungen:

```
> c(mean(x), mean(y))
[1] 98.4 94.0
> c(var(x), var(y))
[1] 18.26667 13.14286
> c(sd(x), sd(y))
[1] 4.273952 3.625308
```

---

[2] (a) Können die beiden Varianzen zum Niveau 5% als gleich angesehen werden? Kommentieren Sie dazu den folgenden R–Output:

```
> var.test(x, y)

        F test to compare two variances

data:  x and y
F = 1.3899, num df = 9, denom df = 7, p-value = 0.6792
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.2881593 5.8332866
sample estimates:
ratio of variances
          1.389855
```

[1] (b) Bestimmen Sie unter der Voraussetzung, dass die Varianzen gleich sind, d. h. dass $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$, den gepoolten Varianzschätzwert s_p^2.

[2] (c) Lässt sich zum Niveau 5% behaupten, dass $\mu_X = \mu_Y$?

[2] (a) Fünf unabhängige Beobachtungen von $X \sim \mathsf{P}(\lambda)$ waren wie folgt:

$$9 \quad 3 \quad 5 \quad 10 \quad 11$$

Bestimmen Sie den ML–Schätzwert von λ (mit Herleitung).

[1] (b) Bei einer Überprüfung von 100 zufällig ausgewählten Items aus einer Produktionslinie ergaben sich 17 defekte Items. Bestimmen Sie ein 95%–Konfidenzintervall für die Wahrscheinlichkeit p mit der ein Item defekt ist.

[2] (c) Stammen die folgenden 200 Beobachtungen aus einer diskreten uniformen Verteilung auf den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 ? (Testen Sie mit $\alpha = 10\%$.)

x	1	2	3	4	5
Häufigkeit	31	35	41	40	53